

Valutazione della performance di  
localizzazione della RSNC-INGV  
tramite simulazione numerica

# Quaderni di Geofisica

Longitude error

# 83



# Quaderni di Geofisica

## **Direttore**

Enzo Boschi

## **Editorial Board**

Raffaele Azzaro (CT)

Sara Barsotti (PI)

Mario Castellano (NA)

Viviana Castelli (BO)

Rosa Anna Corsaro (CT)

Luigi Cucci (RM1)

Mauro Di Vito (NA)

Marcello Liotta (PA)

Simona Masina (BO)

Mario Mattia (CT)

Nicola Pagliuca (RM1)

Umberto Sciacca (RM1)

Salvatore Stramondo (CNT)

Andrea Tertulliani - Editor in Chief (RM1)

Aldo Winkler (RM2)

Gaetano Zonno (MI)

## **Segreteria di Redazione**

Francesca Di Stefano - coordinatore

Tel. +39 06 51860068

Fax +39 06 36915617

Rossella Celi

Tel. +39 06 51860055

Fax +39 06 36915617

[redazionecen@ingv.it](mailto:redazionecen@ingv.it)

# Valutazione della performance di localizzazione della RSNC-INGV tramite simulazione numerica

## Evaluation of the location performance of the RSNC-INGV through numerical simulation

Antonino D'Alessandro<sup>1,2</sup>, Dario Luzio<sup>2</sup>, Giuseppe D'Anna<sup>1</sup>, Giorgio Mangano<sup>1</sup>

<sup>1</sup>INGV (Istituto Nazionale di Geofisica e Vulcanologia, Sezione Centro Nazionale Terremoti)

<sup>2</sup>Università degli Studi di Palermo (Chimica e Fisica della Terra ed Applicazioni)

# Valutazione della performance di localizzazione della RSNC-INGV tramite simulazione numerica

**U**na rete sismica opportunamente strutturata è un valido strumento per il monitoraggio delle aree sismiche e la valutazione del rischio. Nel presente lavoro viene proposto un metodo per la valutazione della performance di una rete sismica per mezzo di simulazione numerica (SNES, *Seismic Networks Evaluation through Simulation*).

Per una sua applicazione il metodo necessita come dati di input: il modello di velocità utilizzato nelle routine di localizzazione, l'esatta ubicazione e rumorosità delle stazioni sismiche che compongono la rete e una legge che permette di stimare la varianza dei tempi residui alle varie stazioni. Il metodo permette di determinare, in funzione della magnitudo, della profondità ipocentrale e del livello di confidenza, la distribuzione spaziale del numero di stazioni attive nel processo di localizzazione, del gap azimutale e dell'intervallo di confidenza dei parametri ipocentrali, legati sia alla geometria della rete sismica che all'utilizzo di un modello di velocità inadeguato.

Negli ultimi anni la RSNC-INGV (Rete Sismica Nazionale Centralizzata dell'Istituto Nazionale di Geofisica e Vulcanologia) è stata ampiamente potenziata; al 2009 riceve segnali da 305 stazioni sismiche di cui ben 258 con sensori 3D a larga banda. Dopo la descrizione del metodo e degli algoritmi utilizzati, vengono mostrati i risultati della sua applicazione alla RSNC-INGV.

Tale applicazione ha permesso di individuare le aree più rumorose della RSNC-INGV e di valutare la bontà del modello di velocità utilizzato nelle routine di localizzazione. Il metodo SNES ha permesso inoltre di quantificare la performance di localizzazione della RSNC-INGV e di individuare zone simogenetiche del territorio nazionale attualmente non sufficientemente coperte. L'adeguamento della rete in queste aree può essere progettato per mezzo della tecnica qui descritta.

**A** properly organized seismic network is a valuable tool for monitoring seismic zones and seismic risk assessment. This paper proposes a method for evaluating the performance in hypocenter location of a seismic network by numerical simulation (SNES, *Seismic Network Evaluation through Simulation*). The SNES method needs as input: the location of the stations that make the network and their noisiness, the velocity model used in the location routine and a law that allows to estimate the variance in the time residuals. This method gives, as function of magnitude, hypocentral depth and confidence level, the spatial distribution of: number of active stations in the location procedure and relative azimuthal gaps and confidence intervals in hypocentral parameters regarding both the geometry of the seismic network and the use of an inadequate velocity model.

In recent years, the RSNC-INGV (Rete Sismica Nazionale Centralizzata dell'Istituto Nazionale di Geofisica e Vulcanologia, Italy) has been greatly increased. In fact, since 2009 it receive signals from 305 seismic stations with 258 wideband three-component sensors. Following the description of the SNES method and of the algorithms used, the results of its application to RSNC-INGV will be given.

This application has allowed to indentify the noisiness of the RSNC-INGV and to evaluate the goodness of the velocity model used it the location routine. Furthermore, the SNES method has allowed to quantify the location performance of the RSNC-INGV and to identify some seismogenic areas on the national territory that are currently not enough covered. The upgrading of the network in these areas could be optimized using the SNES technique.

## Introduzione

Le reti sismiche sono potenti strumenti necessari alla comprensione dello stato dei processi sismo-tettonici in atto in una determinata regione. Le loro numerose applicazioni, dal monitoraggio della sismicità alla caratterizzazione dei volumi sismogenetici, rendono le reti sismiche strumenti indispensabili in aree ad elevata sismicità per la valutazione del rischio sismico. Una rete sismica opportunamente strutturata può inoltre essere un valido strumento per lo studio di strutture geologiche profonde tramite la costruzione di tomografie sismiche. La possibilità di localizzare eventi di piccola e media magnitudo richiede l'esistenza di una rete sismica adeguatamente dimensionata, costituita da un sufficiente numero di stazioni sismiche caratterizzate da bassa rumorosità, opportunamente distribuite sul territorio. È opportuno quindi valutare la capacità di localizzazione di una rete sismica per individuare eventuali zone sismiche non adeguatamente coperte, sulle quali può essere necessario intervenire con un infittimento o un miglioramento della stessa.

I metodi fino ad oggi proposti in letteratura necessitano di ampi database sismologici, della stazionarietà delle caratteristiche delle stazioni che compongono la rete e di accurati modelli della sismicità [Rydelek and Sacks, 1989; Marsan, 2003; Wiemer and Wyss, 2000; Woessner and Wiemer, 2005; Schorlemmer and Woessner, 2008]; tali metodi possono risultare di difficile applicazione in aree a bassa sismicità o di recente estensione della rete o in fase di progettazione o ridimensionamento della stessa. Il limite maggiore di tali metodi è legato tuttavia al parametro stesso che essi indagano ovvero alla magnitudo di completezza. Essa è definita come la magnitudo del più piccolo evento che con una certa probabilità può essere rilevato da una rete sismica. Tali metodi non descrivono quindi la distribuzione spaziale degli errori attesi nella localizzazione ipocentrale, funzione questi dell'accuratezza del modello di velocità e della geometria, densità e rumorosità delle stazioni che compongono la rete sismica.

Nel presente lavoro viene proposto un metodo di analisi denominato SNES (*Seismic Networks Evaluation through Simulation*) per la valutazione della performance di localizzazione di una rete sismica tramite simulazione numerica. Per una sua applicazione il metodo richiede la conoscenza del modello di velocità utilizzato nelle routine di localizzazione, l'esatta ubicazione e rumorosità delle stazioni sismiche che compongono la rete e di una legge che permetta di stimare la varianza dei tempi residui. Il metodo permette di determinare, in funzione della magnitudo, della profondità ipocentrale e del livello di confidenza, la distribuzione spaziale del numero di stazioni attive nel processo di localizzazione, del gap azimutale e dell'intervallo di confidenza dei parametri ipocentrali, funzione sia della rumorosità e geometria della rete sismica che dell'utilizzo di un modello di velocità inadeguato.

Il metodo si articola nei seguenti punti:

- 1) per ogni stazione della rete sismica viene stimata la potenza media del rumore;
- 2) vengono determinate delle leggi empiriche che legano la varianza dei residui temporali delle fasi  $P$  ed  $S$  alla distanza ipocentrale;
- 3) in corrispondenza dei nodi di un reticolo regolare che ricopre l'area da indagare vengono simulati dei terremoti di magnitudo fissata, e tenendo conto degli effetti di propagazione, vengono calcolati gli spettri sismici alla stazione;
- 4) sulla base dei rapporti tra spettro sismico e spettri di rumore, vengono individuate le stazioni sismiche ritenute attive nel processo di localizzazione;
- 5) vengono costruite la matrice di covarianza dei dati e quella delle derivate parziali del modello e da queste la matrice di covarianza dei parametri ipocentrali.

Nel presente lavoro il metodo SNES è stato applicato alla Rete Sismica Nazionale Centralizzata dell'Istituto Nazionale di Geofisica e Vulcanologia (RSNC-INGV) sulla quale si basa il monitoraggio sismico del territorio Italiano. Negli ultimi anni la RSNC-INGV ha usufruito di un notevole rinnovamento tecnologico, giungendo a una configurazione di 305 stazioni sismiche di cui ben 258 con sensori 3D larga banda (figura 1). Data la conformazione della penisola italiana e la distribuzione della sismicità, l'INGV ha recentemente operato per l'estensione a mare della rete sismica con lo sviluppo nel 2007 di un gruppo di OBS/H (*Ocean Bottom Seismometer with Hydrophone*) ossia stazioni sismiche da installare su fondo mare [D'Anna et al., 2009]. Sarà quindi valutato anche il miglioramento della performance di localizzazione a seguito di tale integrazione.

## 1. Caratterizzazione del rumore nelle stazioni della RSNC-INGV

La performance di localizzazione di una rete sismica è fortemente influenzata dalla rumorosità delle stazioni che la compongono. Infatti la corretta lettura delle fasi sismiche dipende dalla qualità del segnale da analizzare, ovvero dal suo WSR (*Wideband Spectral Ratio*) nel range di frequenza degli eventi regionali. Zeiler e Velasco [2009] hanno empiricamente verificato che l'errore nel picking delle fasi sismiche  $P_g$  e  $P_n$ , per  $WSR > 10$ , è approssimativamente 0.1 s, mentre al di sopra di tale soglia l'errore è fortemente influenzato dal livello del noise.

La rumorosità di una stazione sismica è in generale indagata tramite il PSD (*Power Spectral Density*) del segnale di accelerazione, dipendente questo, sia dalla qualità dell'istallazione che dalla rumorosità propria del sito di istallazione. Il PSD di un processo  $x_T(t)$  ( $0 \leq t \leq T$ ), casuale e a

potenza finita, può essere calcolato tramite la trasformata di Fourier della sua funzione di autocovarianza, utilizzando il teorema di Wiener-Khinchin, o tramite il metodo del periodogramma, calcolando direttamente la trasformata di Fourier del segnale

$$\bar{P}_T(f) = \frac{1}{T} \left| \int_0^T x_T(t) e^{-i2\pi ft} dt \right|^2 \quad (1)$$

Nel presente lavoro è stata utilizzata una variante del metodo del periodogramma, conosciuta come metodo di Welch o del "periodogramma mediato" [Welch, 1967]. In tale metodo il segnale viene suddiviso in finestre temporali di lunghezza  $L$ , per metà sovrapposte, per le quali vengono calcolati i rispettivi periodogrammi, successivamente mediati

$$\bar{P}_W(f) = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \bar{P}_{L,k}(f) \quad (2)$$

I PSD di accelerazione della componente verticale del rumore sono stati calcolati per tutte stazioni della RSNC-INGV, utilizzando finestre random del rumore sismico registrate tra il 2005 e il 2009. I segnali registrati da ogni stazione sismica sono stati corretti per la relativa funzione di trasferimento della catena sensore-digitalizzatore e convertiti in accelerazione derivando temporalmente i segnali di velocità originali. Ad ogni finestra temporale, di durata pari a 50 secondi, è stato sottratto il trend lineare determinato mediante regressione e applicata una finestatura di tipo Hanning per ridurre la distorsione legata al troncamento del segnale. Sono state rimosse le finestre temporali che presentavano eventi sismici o rumore strumentale.

La figura 1 mostra la distribuzione sul territorio italiano del rumore medio della componente verticale dell'accelerazione del suolo calcolata nell'intervallo di frequenze 1-12 Hz. Il set di stime puntiformi è stato regolarizzato usando il metodo della distanza inversa e una media mobile 2D è stata applicata per evidenziare la presenza di eventuali andamenti a scala regionale.

La mappa della potenza del rumore sismico mostra aree di elevata rumorosità in corrispondenza della Pianura Padana, del Lazio, delle coste Marchigiane-Abruzzesi, delle isole Eolie e della Sicilia Orientale, mentre valori molto bassi sono presenti sulla quasi totalità dell'Arco Alpino e sulla Sardegna.

L'elevata rumorosità della Pianura Padana è probabilmente dovuta all'alto spessore di sedimenti recenti e poco consolidati del Bacino Padano. La presenza sedimenti poco consolidati, con bassa velocità di propagazione delle onde sismiche, può dare origine a fenomeni di risonanza e ad

una conseguente amplificazione del moto in superficie.

L'elevata rumorosità della regione Laziale è probabilmente dovuta all'attività geotermica, residua di un'attività vulcanica passata, e all'elevato livello di urbanizzazione di quest'area con conseguente elevato rumore antropico. L'elevata rumorosità in corrispondenza delle isole Eolie è probabilmente diretta conseguenza della loro natura geografica-geologica. Infatti, le stazioni sismiche in prossimità di coste o su isole sono in genere caratterizzate da un elevato livello di rumore sismico [McCreery et al., 1993]. Inoltre la presenza di attività sismo-vulcanica caratterizzata da un intenso tremore vulcanico e da explosion-quake rende quest'area la parte più rumorosa dell'intera penisola. La zona costiera Marchigiana-Abruzzese presenta una rumorosità elevata che può essere attribuita ai sedimenti recenti di quest'area e alla posizione, prossime alla costa di alcune stazioni; tuttavia l'elevato rumore può essere anche parzialmente attribuito alla bassa densità di campionamento di questa area.

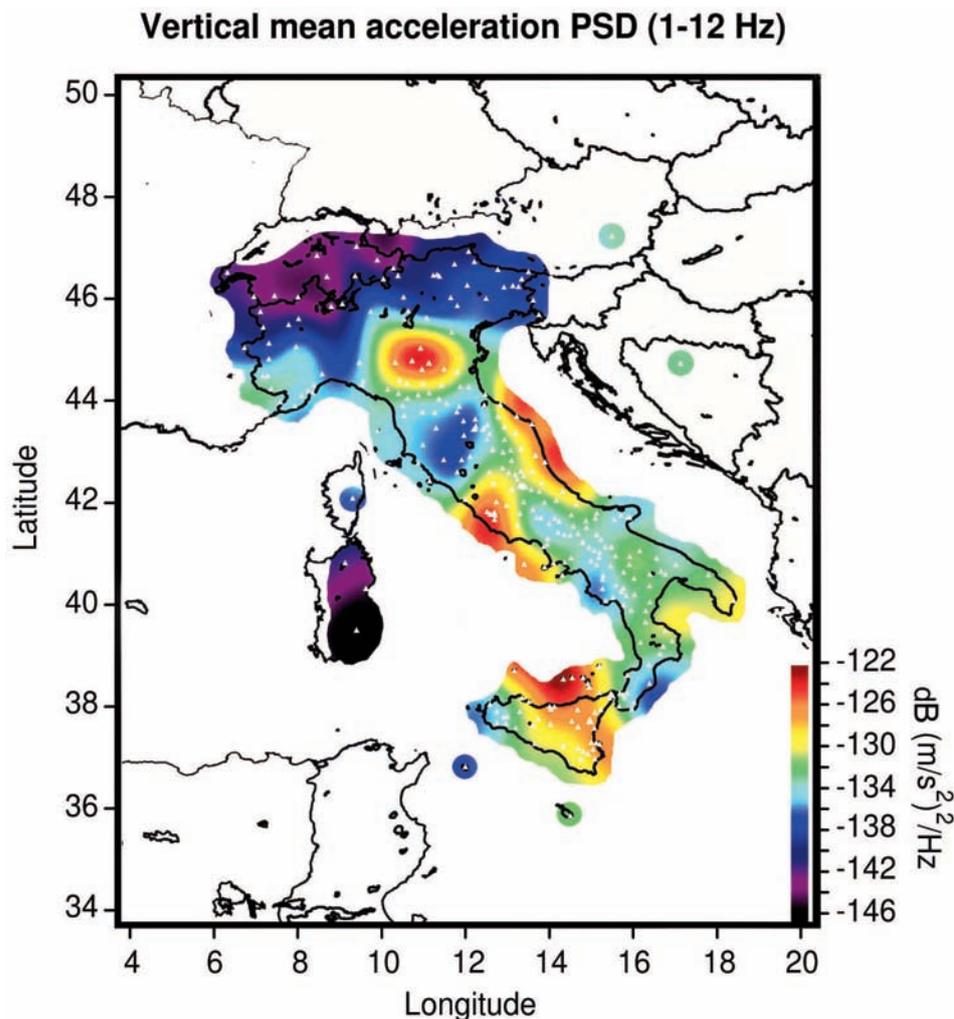
La Sicilia Orientale deve parte della sua rumorosità all'attività vulcano-sismica dell'Etna e all'elevata urbanizzazione della costa orientale. La bassa rumorosità della Sardegna e dell'Arco Alpino sono diretta conseguenza della scarsa urbanizzazione e delle caratteristiche reologiche delle rocce che li costituiscono.

## 2. Stima della varianza dei residui temporali delle fasi sismiche della RSNC-INGV

Un terremoto è individuato dai suoi parametri ipocentrali ovvero dal suo tempo origine  $T_0$  e dalla sua posizione  $(x_0, y_0, z_0)$  e dalle rispettive incertezze associate  $(\sigma_T, \sigma_x, \sigma_y, \sigma_z)$ . I parametri ipocentrali sono determinati tramite inversione dei tempi di arrivo delle fasi sismiche letti sui sismogrammi registrati dalle stazioni che compongono la rete. La stima migliore dei parametri focali è determinata in genere in maniera iterativa minimizzando la norma euclidea dei residui dei tempi di viaggio  $\Delta T$  assumendo di conoscere il modello di velocità della Terra

$$\Delta T = T_{obs} - T_{cal} \quad (3)$$

dove  $T_{obs}$  è il tempo letto sul sismogramma mentre  $T_{cal}$  è il tempo calcolato. L'errore commesso nella lettura della fase sismica può essere considerato casuale quindi lo studio statistico del segno di  $\Delta T$ , su raggi sismici che hanno attraversato lo stesso volume, può fornire informazioni circa la presenza di regioni con velocità medie superiori (+) o inferiori (-) rispetto quelle del modello di Terra utilizzato. L'analisi dei tempi di viaggio può inoltre consentire di eliminare o ridurre gli errori sistematici introdotti dal modello di velocità.



**Figura 1** Mappa del rumore medio della componente verticale dell'accelerazione del suolo calcolata nell'intervallo di frequenze 1-12 Hz. Il set di stime puntiformi è stato regolarizzato usando il metodo della distanza inversa e una media mobile 2D è stata applicata per evidenziare la presenza di eventuali andamenti a scala regionale.

**Figure 1** Map of the mean noise PSD of the vertical component of the ground acceleration, in the frequency range 1-12 Hz. The series of punctual estimates was regularized applying the inverse distance method. A 2D moving average was also applied to highlight regional trends.

Nell'ipotesi di assenza di errori sistematici introdotti dal modello di velocità o dalla lettura delle fasi sismiche, le incertezze sulla stima dei parametri ipocentrali dipendono essenzialmente dalla varianza dei residui temporali. La varianza dei tempi residui  $\sigma_{\Delta T}^2$  è funzione sia del WSR ( $\sigma_{WSR}^2$ ) che dell'imprecisione del modello di velocità utilizzato nell'inversione ( $\sigma_{MOD}^2$ ). Nell'ipotesi di indipendenza statistica tra  $\sigma_{WSR}^2$  e  $\sigma_{MOD}^2$  risulta

$$\sigma_{\Delta T}^2 = \sigma_{WSR}^2 + \sigma_{MOD}^2 \quad (4)$$

Per valori di  $WSR > 10$ , nell'intervallo di frequenze 0.1-10 Hz, la varianza  $\sigma_{WSR}^2$  nella lettura delle fasi sismiche  $P_g$  e  $P_n$  è molto piccola e assume valori prossimi a  $0.01 \text{ s}^2$  [Zeiler and Velasco, 2009]. Tuttavia sperimentalmente si osserva che la varianza dei tempi residui assume in gene-

re valori molto maggiori; tale differenza è ovviamente da imputare al secondo termine della (4). La varianza  $\sigma_{MOD}^2$ , introdotta dall'utilizzo di un modello di velocità troppo schematico rispetto alla complessità geologica dell'area, può assumere infatti valori piuttosto elevati, tanto più grandi quanto più il modello è inadeguato a rappresentare la realtà geologica locale.

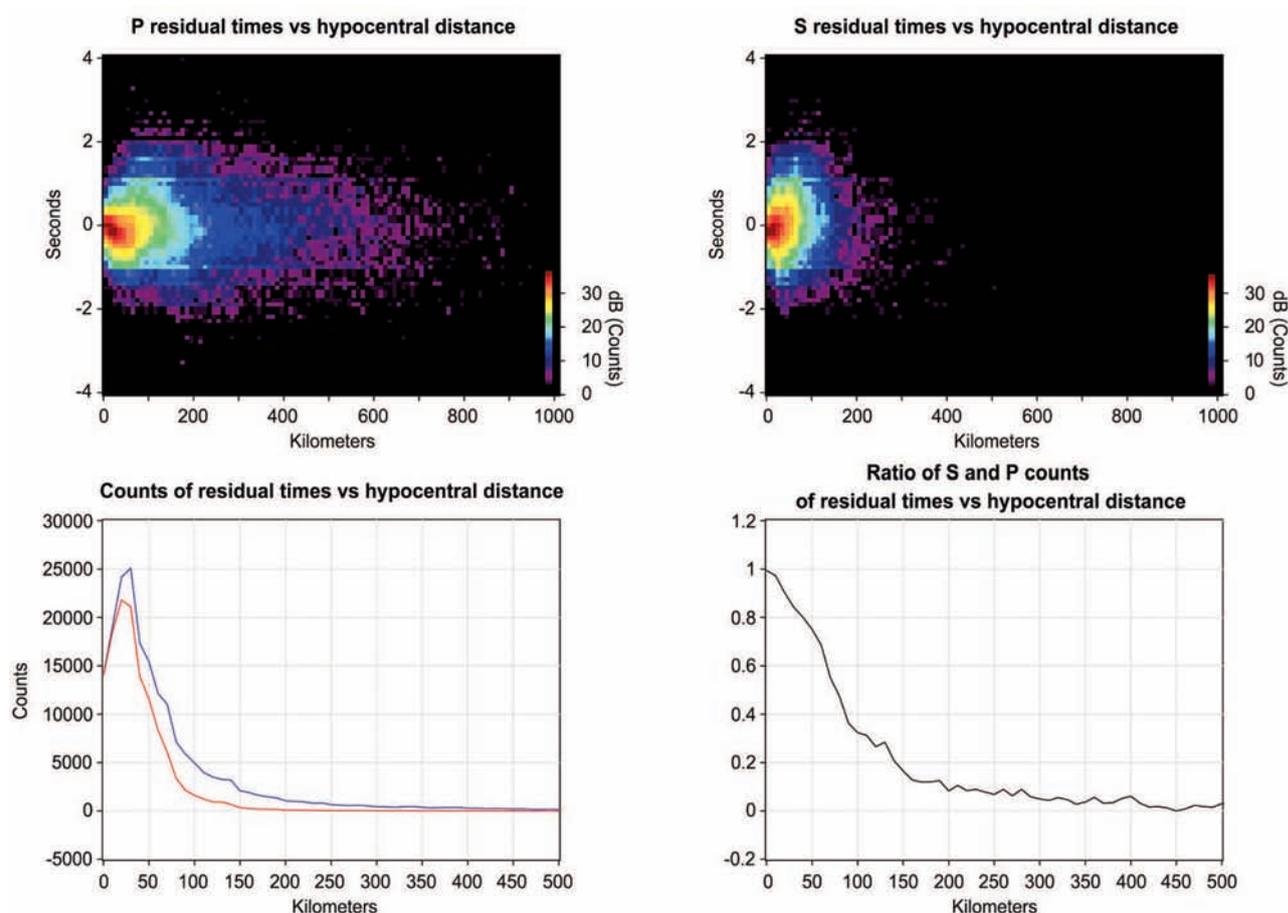
La separazione sperimentale dei due termini della (4) può risultare di difficile attuazione. Nel presente lavoro è stata stimata una legge empirica che lega la varianza dei tempi residui alla distanza ipocentrale. A tal fine sono state utilizzate le fasi sismiche P e S, relative agli eventi sismici localizzati dalla RSNC-INGV tra il 2005 e il 2009, per creare due differenti database di tempi residui in funzione della distanza ipocentrale. I database, costituiti complessivamente da oltre 300.000 coppie tempo residuo-distanza ipo-

centrale, sono stati utilizzati per costruire gli istogrammi 2D in scala di colori logaritmica di figura 2. Per la loro costruzione sono state utilizzate classi di 0.1 secondi per i tempi residui e di 10 km per le distanze ipocentrali.

Per ogni classe di distanza è stata calcolata la varianza dei tempi residui fino ad una distanza ipocentrale massima di 560 e 190 km per le fasi P ed S rispettivamente, oltre la quale la scarsità di dati non rendeva la stima statisticamente significativa. I dati di varianza così stimati sono stati fittati tramite funzioni polinomiali. Nel processo di fitting la scelta dell'ordine del polinomio, critica per una buona capacità di previsione della soluzione, è stata fatta con criteri statistici. Infatti al crescere dell'ordine del polinomio ovvero della complessità, la soluzione mostra una maggiore aderenza ai dati osservati cogliendo tuttavia anche la componente legata all'errore casuale. Il comportamento della soluzione al variare della complessità può essere studiata tramite la distorsione e la varianza: la distorsione quantifica la deviazione della

stima dallo stimatore ottimale mentre la varianza quantifica la stabilità dello stimatore rispetto ai dati osservati. In generale al crescere della complessità la distorsione decresce mentre la varianza cresce. Per bilanciare opportunamente queste due quantità e determinare la complessità del modello ottimale, è stato stimato l'errore di generalizzazione o errore atteso di predizione. L'ordine del polinomio è stato determinato in modo tale da minimizzare tale errore.

In figura 2 sono riportati, per i tempi residui P ed S, gli istogrammi 2D, il loro conteggio e rapporto in funzione della distanza ipocentrale. I conteggi dei tempi residui P ed S evidenziano un massimo di frequenza, comune alle due fasi sismiche compreso tra 20 e 30 km. Il rapporto dei conteggi S/P, presenta una relazione inversa con la distanza ipocentrale. Tale rapporto assume valore massimo di 0.994 e diminuisce velocemente all'aumentare della distanza ipocentrale scendendo sotto 0.1 già per distanze ipocentrali maggiori di 200 km.



**Figura 2** In alto gli istogrammi 2D dei tempi residui P ed S in funzione della distanza ipocentrale in scala di colori logaritmica, sotto il conteggio dei tempi residui delle fasi P (blu) ed S (rosso) e il loro rapporto in funzione della distanza ipocentrale. Il rapporto dei conteggi S/P, mostra una relazione inversa con la distanza ipocentrale. Questo rapporto assume il valore massimo di 0.994 e decresce velocemente scendendo sotto 0.1 per distanze ipocentrali maggiori di 200 km.

**Figure 2** Above the 2D histogram of P and S residual time versus hypocentral distance in logarithmic color scale; below the counts of P (blue) and S (red) residual times and its ratios as function of hypocentral distance. The counts ratio S/P, shows an inverse relation with hypocentral distance. This ratio assume the maximum value of 0.994 and decreases rapidly falling below 0.1 for hypocentral distances greater than 200 km.

L'analisi statistica delle fasi riportate sul bollettino sismico della RSNC-INGV, per gli anni 2005-2009, mostra inoltre un rapporto Sg/Pg pari a 0.68 e un rapporto Sn/Pn pari a 0.11. Quindi è possibile affermare che mentre le fasi Sg contribuiscono significativamente al processo di localizzazione le fasi Sn assumono un ruolo trascurabile.

La figura 3 mostra invece il valore medio e la varianza dei tempi residui delle fasi P ed S al variare della distanza ipocentrale. Il valore medio dei tempi residui delle fasi P mostra valori piccoli ma perlopiù negativi. Tale comportamento è probabilmente legato al modello di velocità delle onde P utilizzato nelle routine di localizzazione troppo veloce. Il valore medio dei tempi residui delle fasi S, coerentemente con quelle delle fasi P, assume valori negativi per distanze ipocentrali minori di 50 km e maggiori di 150 km e valori positivi all'interno di tale intervallo. Tale comportamento è probabilmente legato ad un modello di velocità delle onde S troppo veloce in superficie e in profondità. La presenza di valori medi dei tempi residui diversi da zero implicano la probabile presenza di errori sistematici, di difficile valutazione, introdotti dai modelli di velocità utilizzati nelle routine di localizzazione.

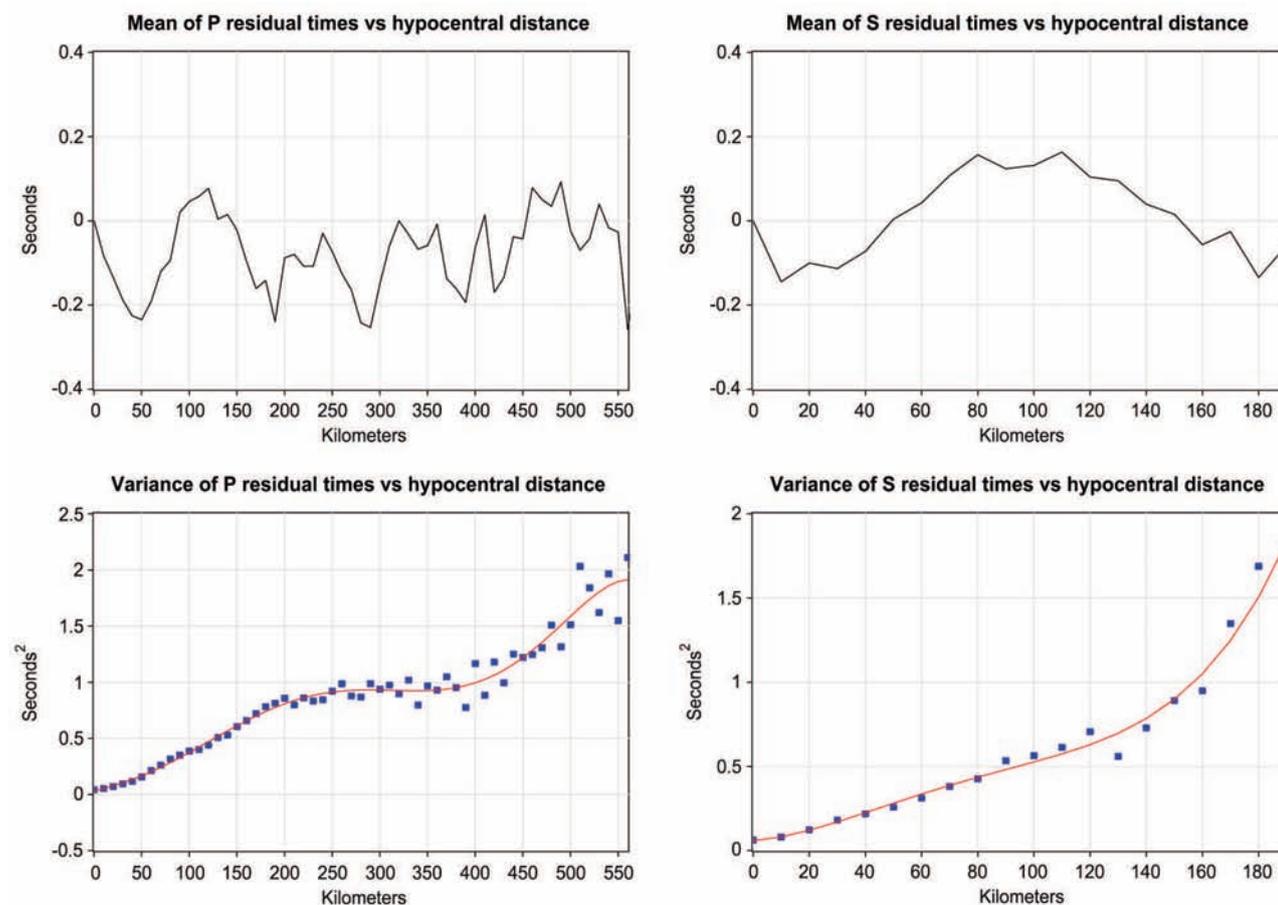
La (5) e la (6) mostrano i polinomi di sesto e quarto grado ottenuti tramite la regressione polinomiale rispettivamente per le varianze dei tempi residui delle fasi P ed S

$$\sigma_p^2 = -2.344 \cdot 10^{-15}x^6 + 3.250 \cdot 10^{-12}x^5 - 1.454 \cdot 10^{-9}x^4 + 2.046 \cdot 10^{-7}x^3 + 3.378 \cdot 10^{-6}x^2 + 2.2104 \cdot 10^{-3}x + 3.096 \cdot 10^{-2} \quad (5)$$

$$\sigma_s^2 = 4.954 \cdot 10^{-9}x^4 - 1.346 \cdot 10^{-6}x^3 + 1.198 \cdot 10^{-4}x^2 + 1.199 \cdot 10^{-3}x + 5.891 \cdot 10^{-2} \quad (6)$$

Nell'ipotesi che  $\sigma_{SNR}^2$  assuma valori trascurabili la (5) e la (6) possono essere interpretate in termini di  $\sigma_{MOD}^2$ . Dalla figura 3 risulta che sia  $\sigma_p^2$  che  $\sigma_s^2$  crescono velocemente all'aumentare della distanza ipocentrale.

La legge che descrive la  $\sigma_p^2$  al variare della distanza ipocentrale è quindi ben descritta dalla funzione polinomiale di sesto grado (5); essa presenta rapidità di crescita differente in differenti intervalli della distanza ipocentrale. Per distanza ipocentrale inferiore a circa 200 km, la  $\sigma_p^2$  mostra un andamento crescente quasi lineare. In tale intervallo la fase sismica primo arrivo ha viaggiato essenzialmente dentro la



**Figura 3** In alto il valore medio dei tempi residui delle fasi P ed S al variare della distanza ipocentrale; in basso, in blu la varianza dei tempi residui delle fasi P ed S in funzione della distanza ipocentrale e in rosso le curve polinomiali ottenute dalle rispettive regressioni.  
**Figure 3** Above the mean value of the residual times of P and S phases as function of hypocentral distance; below, in blue the variance of residual time of P and S phases as function of the hypocentral distance and in red the curves obtained from the polynomial regressions.

crosta. Tale andamento della  $\sigma_p^2$  può quindi essere giustificato dalla grande complessità geologica del territorio italiano e alle conseguenti eterogeneità di velocità generate da stratificazioni ed allineamenti di fratture o faglie.

Per distanza ipocentrale compresa tra circa 200 e 400 km la varianza tende a stabilizzarsi intorno al valore  $0.9 s^2$ . In tale intervallo la fase primo arrivo ha viaggiato principalmente nel mantello superiore. Il comportamento della  $\sigma_p^2$  in tale intervallo è quindi da imputare alla maggiore omogeneità del mantello superiore rispetto a quella della crosta. Infine per distanza ipocentrale superiore a circa 400 km,  $\sigma_p^2$  ricomincia a crescere rapidamente. Questo comportamento è da imputare, all'utilizzo nella localizzazione di routine della RSNC-INGV, di un modello di velocità monodimensionale non adeguatamente descritto in profondità.

La legge che descrive la  $\sigma_s^2$  al variare della distanza ipocentrale è invece ben descritta dalla funzione polinomiale di quarto grado (6). La  $\sigma_s^2$  assume valori maggiori della  $\sigma_p^2$ , mostrando tuttavia anch'essa un andamento crescente quasi lineare entro i primi 130 km, distanza oltre la quale inizia a crescere in maniera esponenziale.

L'equazioni (5) e (6) possono quindi essere usate per stimare, per ogni stazione, la varianza dei residui temporali. L'incertezza sulla lettura delle fasi può essere descritta tramite la matrice di covarianza  $C_d$  i cui termini della diagonale principale sono le varianze dei tempi residui stimati per le singole stazioni, mentre i termini fuori dalla diagonale sono le covarianze che descrivono la relazione tra errori di coppie di stazioni. Nel presente lavoro abbiamo ragionevolmente ipotizzato che non vi sia correlazione tra gli errori di lettura compiuti sui tempi di arrivo delle varie stazioni e che quindi i termini fuori diagonale della matrice  $C_d$  siano pari a zero.

### 3. Simulazione di eventi sismici: calcolo dello spettro sismico

Definito un modello di sorgente è possibile calcolare lo spettro delle onde sismiche al fuoco  $S(\omega)$  ovvero la trasformata di Fourier dell'impulso prodotto dalla sorgente  $S(t)$  in funzione dei parametri che caratterizzano il modello

$$S(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} S(t) e^{-i\omega t} dt \quad (7)$$

L'ampiezza dello spettro sismico è in generale descritta da andamenti complessi legati a particolari funzioni di direzionalità. Queste sono diretta conseguenza dell'estensione finita della sorgente e implicano una dipendenza dello spettro dalla direzione di osservazione. Infatti, a causa dell'interferenza distruttiva delle onde sismiche emesse dalla sorgente,

alcune frequenze possono non essere osservate e le alte frequenze risultare attenuate secondo leggi del tipo  $\omega^{-\gamma}$ .

Per tali ragioni  $S(\omega)$  viene spesso rappresentato in termini di involuppo del valore medio azimutale  $\bar{S}(\omega)$  e riportato in grafici bi-logaritmici. In generale, per una sorgente di dimensioni finite,  $\bar{S}(\omega)$  è ben descritto dall'espressione

$$\bar{S}(\omega) = C_S \frac{M_0}{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^\gamma} \omega^n \quad (8)$$

dove  $\omega$  è la frequenza angolare,  $M_0$  è il momento sismico scalare,  $\omega_0$  la frequenza d'angolo,  $\gamma$  la costante di smorzamento per le alte frequenze,  $C_S$  è una costante che dipende dalla fase considerata e dal modello di sorgente utilizzato ed  $n$  assume valori 0, 1 o 2 a seconda che si voglia indicare rispettivamente spostamento, velocità o accelerazione. La costante  $\gamma$  è anch'essa funzione del modello di sorgente utilizzato e può assumere valori compresi tra 0 e 3 (generalmente 2).

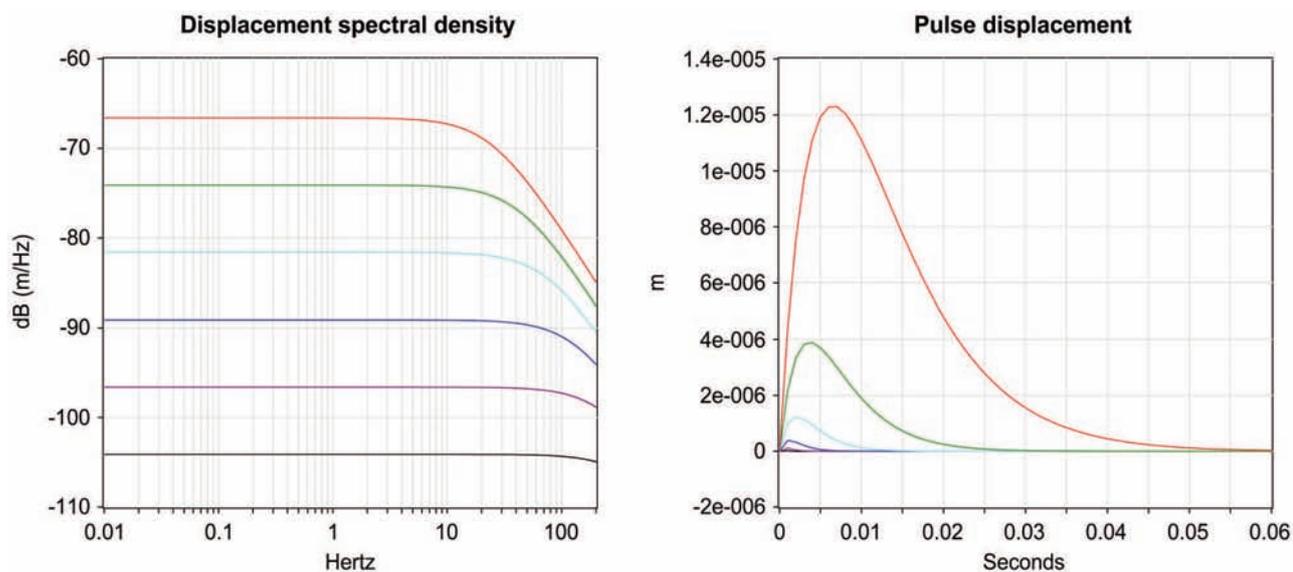
La forma d'onda generata alla sorgente è soggetta durante la propagazione a fenomeni di attenuazione capaci di modificarne sensibilmente sia l'ampiezza che il contenuto in frequenza. Quindi lo spettro sismico  $\bar{S}_R(\omega, x)$  percepito da un generico ricevitore in posizione  $x$  rispetto all'ipocentro sarà

$$\bar{S}_R(\omega, x) = \bar{S}(\omega) E(x) A(\omega, x) \quad (9)$$

dove  $E(x)$  è il termine che tiene conto dell'attenuazione legata all'allargamento del fronte d'onda, al partizionamento dell'energia in presenza di interfacce e all'effetto della superficie libera, unici effetti attenuativi in caso di mezzo perfettamente elastico, mentre  $A(\omega, x)$  tiene conto della dissipazione dell'energia legata alla non perfetta elasticità del mezzo e al fenomeno dello *scattering*.

#### 3.1 Lo spettro sismico nel campo lontano: modello di faglia circolare

Le principali caratteristiche morfologiche dello spettro sismico sono descritte da modelli differenti nelle approssimazioni di campo vicino e campo lontano. Poiché in generale le osservazioni sperimentali sono effettuate a distanze ipocentrali molto maggiori delle dimensioni medie delle sorgenti è spesso viene utilizzata l'approssimazione a campo lontano. Un semplice modello di sorgente di dimensioni finite è il modello di faglia rettangolare proposto da Haskell [1964, 1966]. Secondo tale modello la dislocazione avviene coerentemente su una superficie piana rettangolare di lunghezza  $L$  e larghezza  $W$ , nella sola direzione della lunghezza e a velocità costante. Gli eventi sismici di elevata magnitudo vengono prodotti da faglie di notevoli dimensioni in cui la lunghezza è molto maggiore della larghezza ( $L \gg W$ );



**Figura 4** Spettri sismici d'ampiezza e impulsi teorici delle onde P, calcolate nell'ipotesi di campo lontano e di modello di sorgente a faglia circolare [Brune, 1970], generati da eventi sismici di magnitudo compresa tra 0.5 e 3: nero:  $M_L=0.5$ , viola:  $M_L=1$ , blu:  $M_L=1.5$ , ciano:  $M_L=2$ , verde:  $M_L=2.5$ , rosso:  $M_L=3$ ;  $\alpha=6.5$  km/s,  $\rho=2.8$  g/cm<sup>3</sup>;  $\Delta\sigma=6$  MPa,  $r=10$  km.

**Figure 4** Theoretical amplitude seismic spectra and impulses of P waves, calculated assuming far-field and circular source fault model [Brune, 1970], generated by earthquakes with magnitude between 0.5 and 3; black:  $M_L=0.5$ , purple:  $M_L=1$ , blue:  $M_L=1.5$ , cyan:  $M_L=2$ , green:  $M_L=2.5$ , red:  $M_L=3$ ;  $\alpha=6.5$  km/s,  $\rho=2.8$  g/cm<sup>3</sup>;  $\Delta\sigma=6$  MPa,  $r=10$  km.

per tali eventi sismici il modello di sorgente rettangolare risulta essere una buona approssimazione.

Per eventi sismici di piccola e media magnitudo ( $M < 6$ ) lunghezza e larghezza della superficie di faglia risultano confrontabili ( $L \approx W$ ); per tali eventi è comunemente utilizzato il modello di faglia circolare di Brune (1970). Il modello di sorgente proposto da Brune [1970] consiste di una faglia piana circolare di raggio finito  $\alpha$  sulla quale agisce uno stress di taglio impulsivo applicato all'intera superficie ma in direzione opposta sulle due superfici interne delle faglia. Nell'ipotesi di mezzo omogeneo elastico e di caduta di stress totale, la costante  $C_S$  per il campo degli spostamenti lontano può essere così calcolata [Brune, 1970]

$$C_S = \frac{R_p}{4\pi\rho r c^3} \quad (10)$$

dove  $\rho$  la densità del mezzo,  $r$  la distanza ipocentrale,  $c$  la velocità delle onde P o S a seconda dello spettro considerato ed  $R_p$  il valore quadratico medio della funzione di direzionalità della sorgente mediata su tutto l'angolo solido.  $R_p$  assume valori di 0.55 e 0.63 per onde P ed S rispettivamente.

Nell'ipotesi di mezzo omogeneo la dipendenza da  $r$  tiene conto dell'attenuazione geometrica  $G(x)$ . Dalla (8) e dalla (10) si deduce che l'ampiezza dello spettro sismico alle basse frequenze è direttamente proporzionale al momento sismico ma inversamente proporzionale alla densità, alla distanza ipocentrale e al cubo della velocità di propagazio-

ne delle onde di volume considerate. Il momento sismico scalare  $M_0$  (in  $\text{dyn} \cdot \text{cm}$ ) può essere stimato dalla magnitudo locale  $M_L$  utilizzando la relazione di Hanks and Kanamori [1979]

$$\log_{10} M_0 = 1.5 M_L + 16.0 \quad (11)$$

Il comportamento dello spettro sismico di spostamento alle alte frequenze è invece controllato dalla forma dell'impulso generato alla sorgente [Brune, 1970]

$$S(t) = M_0 C_S \omega_0^2 t e^{-\omega_0 t} \quad (12)$$

ed in particolare dalla rapidità di risalita dell'impulso per  $t=0$ . Lo spettro sismico decresce come  $\omega^{-2}$  per frequenze superiori alla frequenza d'angolo  $\omega_0$  legata al raggio della sorgente sismica  $\alpha$  dalla relazione

$$a = \frac{k c}{\omega_0} \quad (13)$$

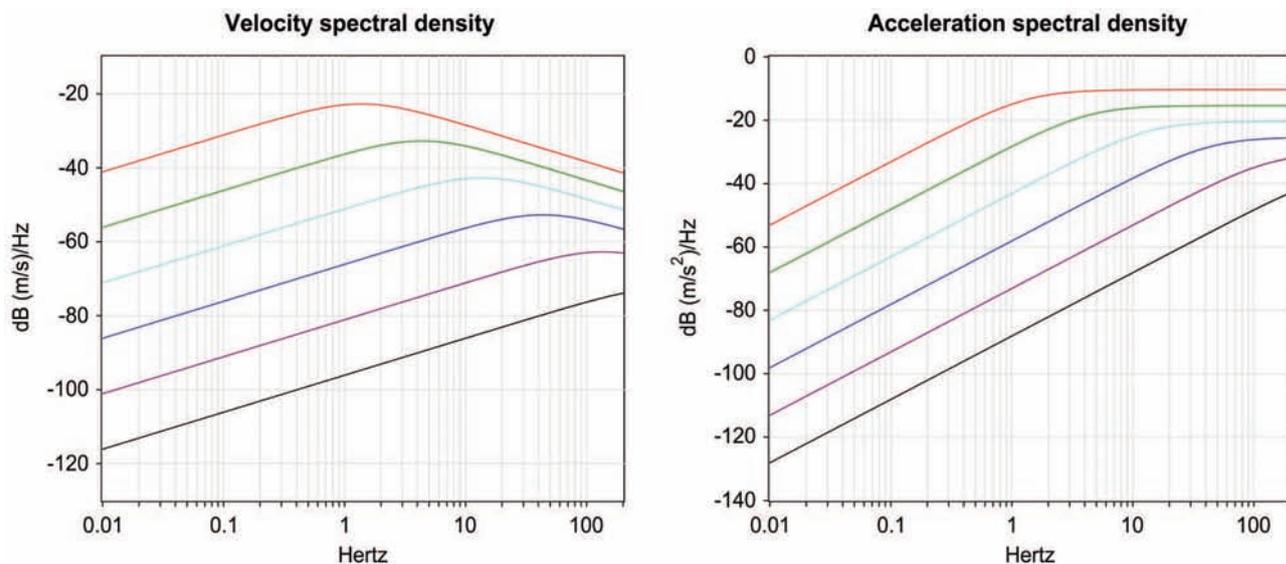
dove  $k$  è una costante che dipende dalla velocità di rottura della faglia e dal tempo di rilascio dello stress. Per velocità di rottura costante  $V_c$  pari a  $0.9\beta$  e rilascio istantaneo di stress,  $k$  assume valori di 3.36 e 2.34 per onde P ed S rispettivamente [Brune, 1970].

Stimata la velocità di rottura e le dimensioni della faglia, la durata dell'impulso, pari al tempo di scorrimento  $T_R$ , può essere stimata usando la relazione

$$T_R = \frac{a}{V_C} \quad (14)$$

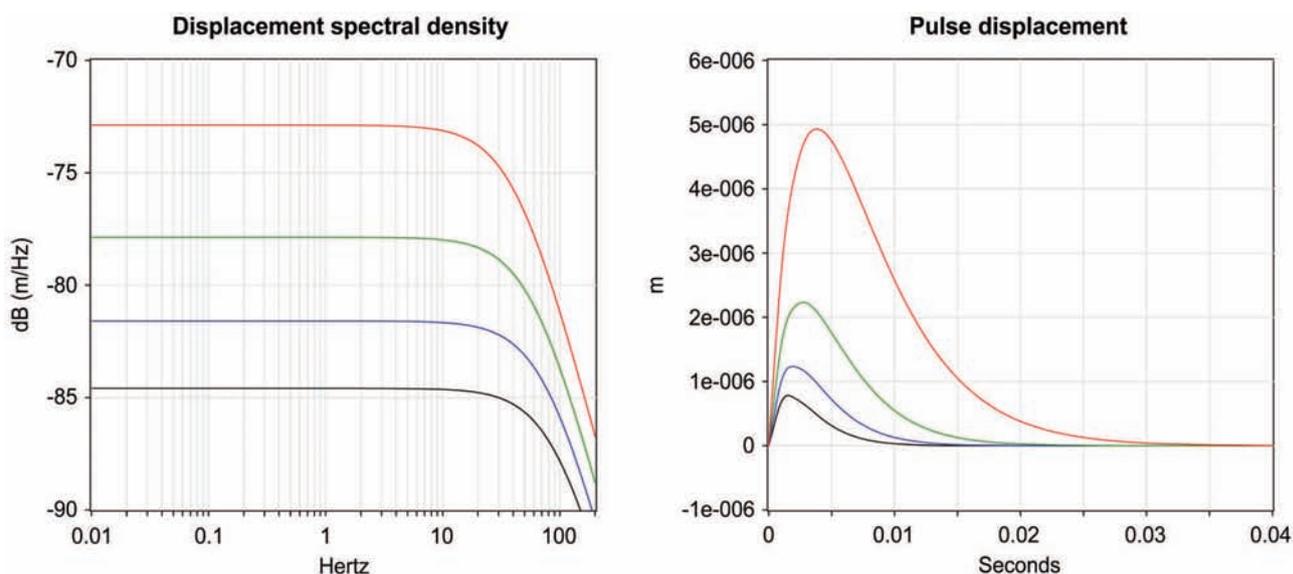
La caduta di stress  $\Delta\sigma$  è invece legata al momento sismico scalare  $M_0$  dalla relazione

$$\Delta\sigma = \frac{7M_0}{16a^3} \quad (15)$$



**Figura 5** Spettri sismici di velocità ed accelerazione delle onde P, calcolate nell'ipotesi di campo lontano e di modello di sorgente a faglia circolare [Brune, 1970], generati da eventi sismici di magnitudo compresa tra 0.5 e 3: nero:  $M_L=0.5$ , viola:  $M_L=1$ , blu:  $M_L=1.5$ , ciano:  $M_L=2$ , verde:  $M_L=2.5$ , rosso:  $M_L=3$ ;  $\alpha=6.5$  km/s,  $\rho=2.8$  g/cm<sup>3</sup>;  $\Delta\sigma=6$  MPa,  $r=10$  km.

**Figure 5** Velocity and acceleration seismic spectra of P waves, calculated assuming far-field and circular source fault model [Brune, 1970], generated by earthquakes with magnitude between 0.5 and 3: black  $M_L=0.5$ , purple:  $M_L=1$ , blue:  $M_L=1.5$ , cyan:  $M_L=2$ , green:  $M_L=2.5$ , red:  $M_L=3$ ,  $\alpha=6.5$  km/s,  $\rho=2.8$  g/cm<sup>3</sup>;  $\Delta\sigma=6$  MPa,  $r=10$  km.



**Figura 6** Spettri sismici d'ampiezza e impulsi teorici delle onde P, calcolate nell'ipotesi di campo lontano e di modello di sorgente a faglia circolare [Brune, 1970], per eventi sismici di magnitudo costante ( $M_L=2$ ) in mezzi con differenti proprietà meccaniche: nero:  $\alpha=8$  km/s,  $\rho=3.3$  g/cm<sup>3</sup>, blu  $\alpha=6.5$  km/s,  $\rho=2.8$  g/cm<sup>3</sup>, verde:  $\alpha=5$  km/s,  $\rho=2.5$  g/cm<sup>3</sup>, rosso:  $\alpha=3.5$  km/s,  $\rho=2.3$  g/cm<sup>3</sup>;  $\Delta\sigma=6$  MPa,  $r=10$  km.

**Figure 6** Theoretical amplitude seismic spectra and impulses of P waves, calculated assuming far-field and circular source fault model [Brune, 1970] for earthquakes with constant magnitude ( $M_L=2$ ) in a medium with different mechanical properties: Black:  $\alpha=8$  km/s,  $\rho=3.3$  g/cm<sup>3</sup>, blue  $\alpha=6.5$  km/s,  $\rho=2.8$  g/cm<sup>3</sup>, green:  $\alpha=5$  km/s,  $\rho=2.5$  g/cm<sup>3</sup>, red:  $\alpha=3.5$  km/s,  $\rho=2.3$  g/cm<sup>3</sup>;  $\Delta\sigma=6$  MPa,  $r=10$  km.

Combinando la (13) con la (15) si ottiene la seguente espressione per la frequenza d'angolo

$$\omega_0 = \sqrt[3]{\frac{\Delta\sigma}{M_0}} \cdot \xi \cdot c \tag{16}$$

dove  $\xi = \sqrt[3]{16/7} k$ . Dalla (16) si evince che la frequenza d'angolo è direttamente proporzionale alla caduta di stress e alla velocità del mezzo in cui avviene la dislocazione e inversamente proporzionale al momento sismico scalare e quindi alla magnitudo.

Terremoti di moderata magnitudo presentano valori di  $\Delta\sigma$  compresi nello stretto range 1-10 MPa [Kanamori and Anderson, 1975] con valore medio di circa 6 MPa.

La figura 4 mostra gli spettri sismici d'ampiezza e gli impulsi teorici delle onde P calcolati nell'ipotesi di campo lontano e di modello di sorgente a faglia circolare [Brune, 1970]. Figura 5 mostra invece i corrispondenti spettri di velocità ed accelerazione. Spettri sismici e impulsi teorici sono stati calcolati per terremoti di  $M_L$  compresa tra 0.5 e 3 mantenendo costanti i restanti parametri. Dalle figure 4 e 5 si evince che un aumento di magnitudo porta ad un aumento complessivo di energia ed ad uno shift verso le basse frequenze della frequenza d'angolo.

In figura 6 sono riportati invece gli spettri sismici d'ampiezza e gli impulsi teorici delle onde P generati da terremoti di magnitudo costante ( $M_L=2$ ) che avvengono in mezzi con differenti proprietà meccaniche. Dalla fig. 6 si deduce che a parità di magnitudo gli spettri sismici risultano più ampi per

eventi sismici con ipocentri in mezzi con minore impedenza acustica mostrando inoltre frequenza d'angolo minore.

Infine in figura 7 sono riportati gli spettri sismici d'ampiezza e gli impulsi teorici delle onde P ed S generate da uno stesso evento sismico. La velocità di propagazione delle onde S in un mezzo elastico risulta sempre inferiore alla velocità di propagazione delle onde P. Ne segue quindi che lo spettro sismico delle onde S sarà sempre caratterizzato da una maggiore ampiezza alle basse frequenze e da una frequenza d'angolo minore rispetto a quello delle onde P.

### 3.2 Attenuazione geometrica e partizionamento dell'energia alle interfacce

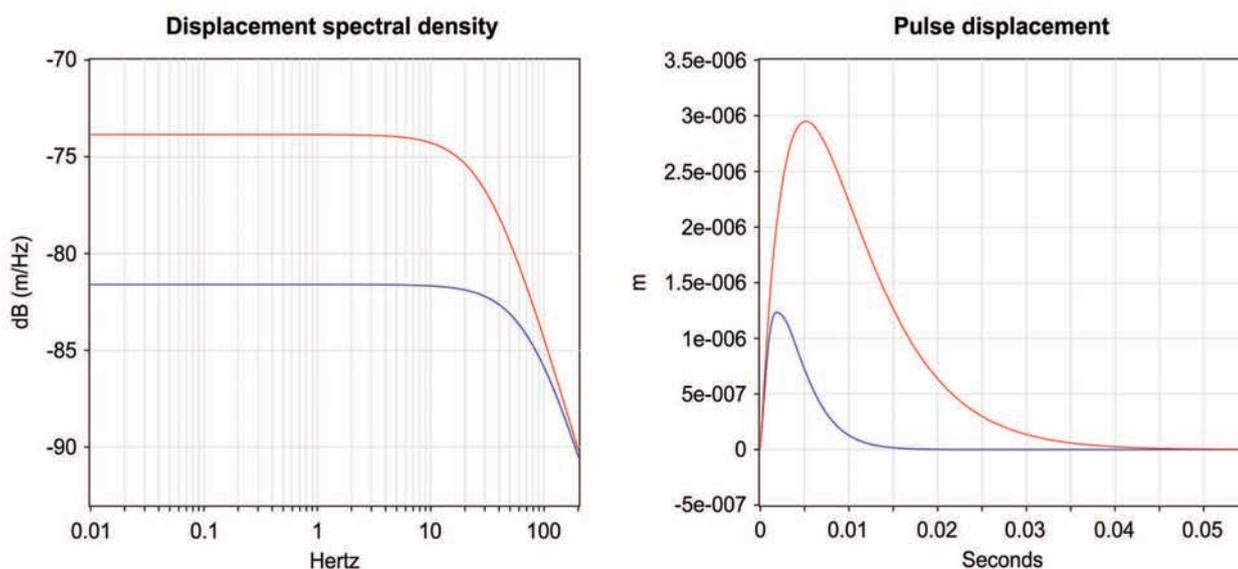
In un mezzo perfettamente elastico l'attenuazione del campo d'onde è completamente descritta dall'allargamento del fronte d'onda compatibile con la teoria dei raggi  $G(x)$ , dal partizionamento dell'energia in corrispondenza alle interfacce sepolte  $P(x)$  e dall'effetto della superficie libera  $F(x)$ .

$$E(x)=G(x) P(x) F(x) \tag{17}$$

Tali forme di attenuazione obbediscono al principio di conservazione dell'energia e ne sono sua diretta conseguenza. Comunemente l'attenuazione geometrica  $G(x)$ , nell'ipotesi di mezzo omogeneo ed elastico, è considerata pari all'inverso della distanza ipocentrale

$$G(x)=1/r(x) \tag{18}$$

dove  $r(x) = \sqrt{h^2 + d^2}$  e  $h$  è la profondità ipocentrale e  $d$  la



**Figura 7** Spettri sismici d'ampiezza e impulsi teorici delle onde P ed S, calcolate nell'ipotesi di campo lontano e di modello di sorgente a faglia circolare [Brune, 1970], per un evento sismico di magnitudo  $M_L=2$  con  $\alpha=6.5$  km/s,  $\beta=3.7$  km/s,  $\rho=2.8$  g/cm<sup>3</sup>,  $\Delta\sigma=6$  MPa,  $r=10$  km: blu = onde P, rosso = onde S.

**Figure 7** Theoretical amplitude spectra and pulses of P and S seismic waves, calculated assuming far-field and circular source fault model [Brune, 1970], for earthquake with magnitude  $M_L=2$  with  $\alpha=6.5$  km/s,  $\beta=3.7$  km/s,  $\rho=2.8$  g/cm<sup>3</sup>,  $\Delta\sigma=6$  MPa,  $r=10$  km: blue = P waves, red = S waves.

distanza epicentrale. Dalla (18)  $G(x)$  risulta indipendente dalla frequenza e inversamente proporzionale alla distanza. Tuttavia la reale distanza percorsa da una fase sismica può differire notevolmente dalla distanza ipocentrale a causa della complessità delle strutture geologiche attraversate.

La complessità del sottosuolo viene spesso schematizzata tramite modelli monodimensionali di velocità. È ben noto che la propagazione di un'onda sismica, nell'approssimazione di alte frequenze, obbedisce all'equazione generalizzata di Snell, che in un mezzo monodimensionale in cui la velocità varia solo con la profondità  $z$  assume la forma

$$\frac{\sin i(z)}{c(z)} = p \quad (19)$$

dove  $p$  è il parametro del raggio o lentezza apparente orizzontale,  $i(z)$  l'angolo di incidenza e  $c(z)$  la velocità di propagazione dell'onda di volume considerata. La legge di Snell permette di calcolare sia i tempi di viaggio che le variazioni di ampiezza legate all'allargamento del fronte d'onda.

Nell'analisi di un sismogramma la fase sismica con minor tempo di viaggio è in generale quella di più facile individuazione, spesso l'unica utilizzata nel processo di determinazione ipocentrale. L'ordine di arrivo delle fasi relative ad onde di volume dipende dalla distanza epicentrale, dai parametri meccanici-geometrici del modello e dalla profondità ipocentrale.

Per un mezzo costituito da strati omogenei con interfacce orizzontali, la lunghezza del raggio  $x_k$  e il rispettivo tempo di viaggio  $t_k$  relativi alla fase criticamente rifratta dal tetto del  $k$ -esimo strato, per stazioni con distanza epicentrale  $d$ , possono essere determinati con le seguenti formule

$$x_k = d + \sum_{i=m}^k h_i (\cos^{-1} i_i - \tan i_i) + \sum_{i=n}^k h_i (\cos^{-1} i_i - \tan i_i) \quad (20)$$

$$t_k = \frac{d}{c_k} + \sum_{i=m}^k \frac{h_i \cos i_i}{c_i} + \sum_{i=n}^k \frac{h_i \cos i_i}{c_i} \quad (21)$$

dove  $c_i$  è la velocità delle onde sismiche nello strato  $h_i$  e  $i_k$  è l'angolo di rifrazione critica. Nelle (20) e (21) l'ipocentro e la stazione sono poste rispettivamente sul tetto dello  $m$ -esimo e dello  $n$ -esimo strato. Qualora la quota dell'ipocentro e/o della stazione non coincidesse con quella di un'interfaccia i valori di  $h_m$  e  $h_n$  dovranno essere corretti per tenere conto della effettiva frazione di strato attraversata. La correzione dei tempi di viaggio e delle ampiezze per stazioni poste al di sopra del livello del mare è stata eseguita estendendo lo strato più superficiale del modello di velocità fino alla quota della stessa.

Le onde dirette forniscono impulsi di tempo minimo in pros-

simità dell'epicentro, ma la lunghezza dei raggi e i tempi di viaggio non sono in genere esprimibili mediante semplici espressioni analitiche. Tali tempi e percorsi sono facilmente determinabili iterativamente applicando la tecnica dello *shooting*. In tale tecnica un raggio sismico viene fatto partire dal fuoco con l'azimuth della stazione sismica, mentre l'angolo che esso forma con la verticale nel fuoco viene fatto variare iterativamente fino ad ottenere la sua emersione nella posizione della stazione sismica.

Ne segue che, definito il modello di velocità delle onde  $P$  e fissata la profondità ipocentrale, la fase sismica relativa al primo arrivo sarà dipendente dalla distanza epicentrale. Infatti all'aumentare di quest'ultima, nell'ipotesi di velocità crescenti con la profondità, il raggio sismico di minor tempo di viaggio tenderà ad approfondirsi seguendo percorsi legati a rifrazioni critiche da strati sempre più profondi. L'attenuazione geometrica mostra discontinuità coincidenti con quelle della velocità apparente evidenti nei diagrammi tempo di viaggio-offset. Tali discontinuità sono legate al cambiamento della fase relativa al primo arrivo (fig. 8).

La legge di Snell permette di calcolare i percorsi compiuti dai raggi sismici ma non fornisce alcuna informazione su come l'energia venga partizionata alle varie interfacce. Nel rispetto del principio di conservazione dell'energia, il partizionamento alle interfacce è tale che la somma dei flussi di densità di energia delle onde riflesse e rifratte risulti uguale al flusso di densità dell'energia dell'onda incidente ovvero:

$$\sum \frac{1}{2} c \rho A^2 \omega^2 = cost \quad (22)$$

Le equazioni che permettono di ricavare il partizionamento dell'energia alle interfacce  $P(x)$  in termini di ampiezze sono state ricavate da Zoeppritz [1919]. Per un'onda  $P$  piana di ampiezza  $A_0$  all'interfaccia tra due mezzi con differenti proprietà meccaniche, nell'ipotesi di continuità degli sforzi e degli spostamenti, la partizione dell'energia in termini di ampiezza è controllata dal seguente sistema di equazioni:

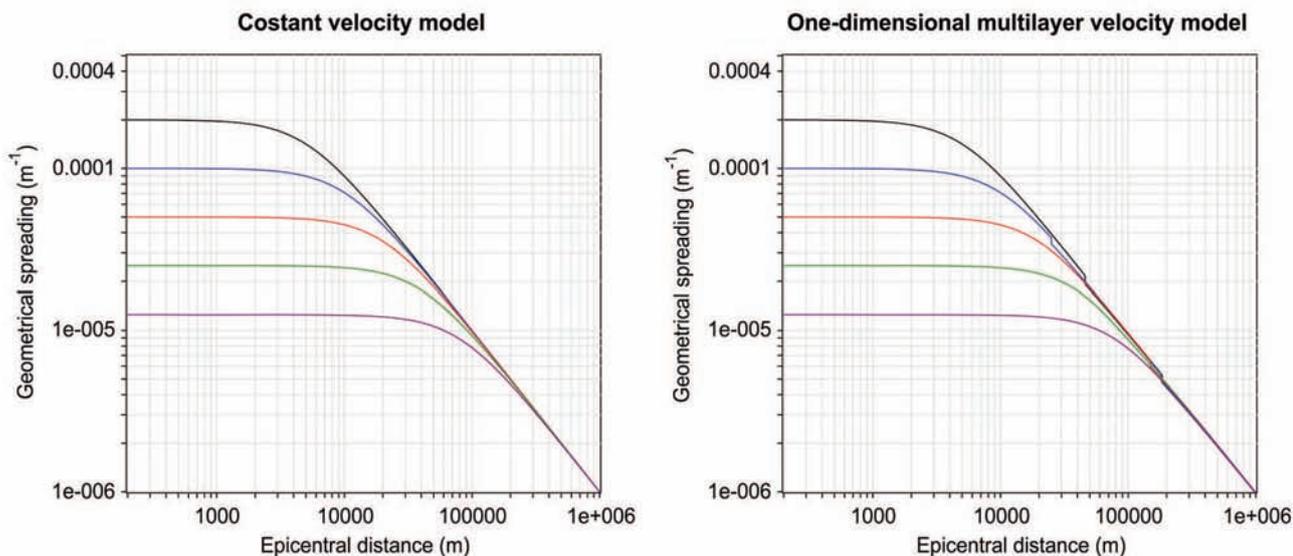
$$A_1 \cos \theta_1 - B_1 \sin \lambda_1 + A_2 \cos \theta_2 + B_2 \sin \lambda_2 = A_0 \cos \theta_1 \quad (23a)$$

$$A_1 \sin \theta_1 + B_1 \cos \lambda_1 - A_2 \sin \theta_2 + B_2 \cos \lambda_2 = -A_0 \sin \theta_1 \quad (23b)$$

$$A_1 Z_1 \cos 2\lambda_1 - B_1 W_1 \sin 2\lambda_1 - A_2 Z_2 \cos 2\lambda_2 - B_2 W_2 \sin 2\lambda_2 = -A_0 Z_1 \cos 2\lambda_1 \quad (23c)$$

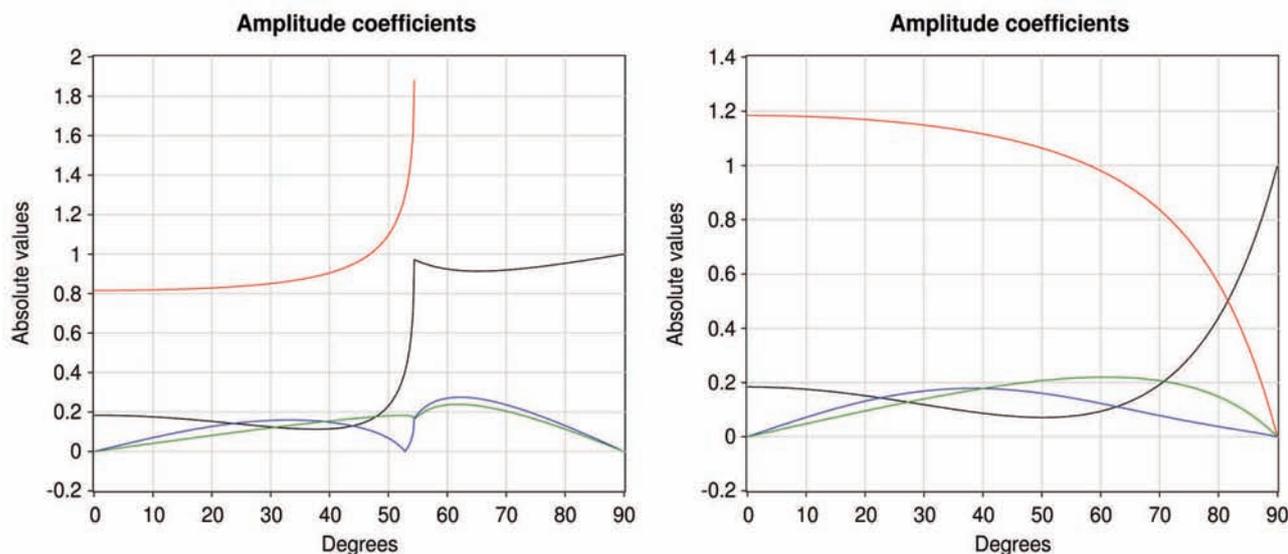
$$A_1 \gamma_1 W_1 \sin 2\theta_1 + B_1 W_1 \cos 2\lambda_1 + A_2 \gamma_2 W_2 \sin 2\theta_2 - B_2 W_2 \cos 2\lambda_2 = A_0 \gamma_1 W_1 \sin 2\theta_1 \quad (23d)$$

dove  $\gamma_i = \beta_i / \alpha_i$ ,  $Z_i = \rho_i \alpha_i$  e  $W_i = \rho_i \beta_i$  per  $i = 1, 2$ .  $A_1, A_2, \theta_1$  e  $\theta_2$  sono le ampiezze e gli angoli delle onde  $P$  riflesse e rifratte rispettivamente mentre  $B_1, B_2, \lambda_1$  e  $\lambda_2$  sono le ampiezze e gli angoli delle onde  $S$  riflesse e rifratte rispettivamente. La soluzione del sistema di equazioni (23) è espressa mediante funzioni complesse; il modulo e la fase forniscono rispettiva-



**Figura 8** Attenuazione geometrica in funzione della distanza epicentrale e della profondità ipocentrale, per un mezzo elastico omogeneo ed isotropo e per un mezzo elastico mezzo costituito da strati omogenei con interfacce orizzontali costituito da due strati di spessore 11 e 38 km con velocità  $\alpha$  rispettivamente di 5 e 6.5 km/s su un semispazio di velocità 8 km/s: nero:  $h=5$  km, blu:  $h=10$  km, rosso:  $h=20$  km, verde:  $h=40$  km, viola:  $h=80$  km.

**Figure 8** Geometric attenuation as a function of epicentral distance and hypocentral depth, for an homogeneous and isotropic elastic medium and an elastic medium consisting of homogeneous layers with horizontal interfaces consisting in two layers of thickness 11 and 38 km with P velocity  $\alpha$  of 5 and 6.5 km/s respectively over an half-space of P velocity of 8 km/s: Black:  $h=5$  km, blue:  $h=10$  km, red:  $h=20$  km, green:  $h=40$  km, purple:  $h=80$  km.



**Figura 9** Partizionamento dell'energia all'interfaccia per un'onda P di ampiezza unitaria in funzione dell'angolo di incidenza: nero = onda P riflessa, blu = onda S riflessa, rosso = onda P rifratta, verde = onda S rifratta,  $\alpha_1=6.5$  km,  $\beta_1=3.7$  km/s,  $\rho_1=2.8$  g/cm<sup>3</sup>,  $\alpha_2=8$  km/s,  $\beta_2=4.6$  km/s,  $\rho_2=3.3$  km/s. Nello specifico il grafico di sinistra si riferisce ad un'onda P incidente contenuta nel primo mezzo (più lento) mentre il grafico di destra a un'onda P incidente contenuta nel secondo mezzo (più veloce).

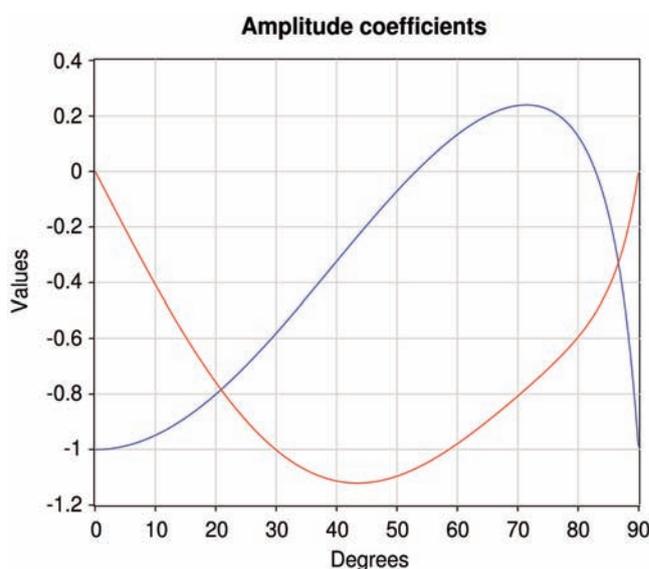
**Figure 9** Partitioning of energy at the interface for a P wave with unitary amplitude, as function of the incidence angle: black = reflected P wave, blue = reflected S wave, red = refracted P wave, green = refracted S wave,  $\alpha_1=6.5$  km,  $\beta_1=3.7$  km/s,  $\rho_1=2.8$  g/cm<sup>3</sup>,  $\alpha_2=8$  km/s,  $\beta_2=4.6$  km/s,  $\rho_2=3.3$  km/s. The graph on the left is referring to an incident P wave contained in the first medium (slower) while the graph on the right to an incident P wave in the second medium (faster).

mente l'ampiezza e la fase dei coefficienti di riflessione e rifrazione. I coefficienti di riflessione possono assumere valori compresi tra -1 e +1 e i coefficienti di trasmissione valori compresi tra 0 e 2 (fig. 9).

L'effetto della superficie libera  $F(x)$  può essere calcolato determinando l'ampiezza delle onde  $P$  ed  $S$  riflesse da un'interfaccia che separa un mezzo elastico dal vuoto (fig. 10). Per angoli di incidenza vicini alla normale l'onda incidente e quella riflessa si sommano costruttivamente raddoppiando l'ampiezza del segnale originale.

$$A_1 = A_0 \frac{\sin 2\theta_1 \sin 2\lambda_1 - (\alpha/\beta)^2 \cos^2 2\lambda_1}{\sin 2\theta_1 \sin 2\lambda_1 + (\alpha/\beta)^2 \cos^2 2\lambda_1} \quad (24a)$$

$$B_1 = A_0 \frac{2(\alpha/\beta) \sin 2\theta_1 \cos 2\lambda_1}{\sin 2\theta_1 \sin 2\lambda_1 + (\alpha/\beta)^2 \cos^2 2\lambda_1} \quad (24b)$$



**Figura 10** Partizionamento dell'energia alla superficie per un'onda  $P$  di ampiezza unitaria in funzione dell'angolo di incidenza: blu = onda  $P$  riflessa, rosso = onda  $S$  riflessa,  $\alpha_1=5$  km/s,  $\beta_1=3$  km/s,  $\rho_1=2.5$  g/cm<sup>3</sup>.

**Figure 10** Partitioning of the energy at the surface for a  $P$  wave with unitary amplitude as function of the incidence angle: blue = reflected  $P$  wave, red = reflected  $S$  wave,  $\alpha_1=5$  km/s,  $\beta_1=3$  km/s,  $\rho_1=2.5$  g/cm<sup>3</sup>.

### 3.3 Attenuazione intrinseca e scattering

Se la Terra fosse un mezzo perfettamente elastico e omogeneo lo spettro sismico  $\bar{S}_R(\omega, x)$  sarebbe funzione solamente dell'attenuazione geometrica, dei fenomeni di riflessione e trasmissione alle interfacce e dell'effetto della superficie libera attraverso la funzione  $E(x)$ . La non perfetta elasticità delle rocce e la presenza di una componente *random* a piccola scala nella eterogeneità dei parametri meccanici causano una attenuazione fisica del campo d'onde dipendente dalla frequenza

$$A(\omega, x) = I(\omega, x)S(\omega, x)B(\omega) \quad (25)$$

dove  $I(\omega, x)$  è l'attenuazione dipendente dalla reologia del mezzo,  $S(\omega, x)$  è l'attenuazione per *scattering* e  $B(\omega)$  è la funzione di trasferimento degli strati più superficiali di suolo in corrispondenza della stazione. Il termine  $I(\omega, x)$  è legato all'attrito interno del mezzo; questo porta ad una graduale trasformazione dell'energia meccanica in energia termica. L'attenuazione per *scattering* è causata dall'interazione del campo d'onde con eterogeneità random a piccola scala. A seguito dei fenomeni di riflessione, rifrazione e conversione sulle superfici dei corpi diffondenti, l'energia della fase sismica viene shiftata verso la coda della forma d'onda. Quindi, mentre nell'attenuazione intrinseca parte dell'energia meccanica viene trasformata in calore, nel fenomeno dello *scattering* l'energia complessiva della forma d'onda rimane invariata, essa viene semplicemente ridistribuita dalla testa verso la coda della forma d'onda.

L'attenuazione intrinseca e lo *scattering* vengono quantificati dai rispettivi fattori di qualità  $Q_i(\omega)^{-1}$  e  $Q_s(\omega)^{-1}$  che esprimono, per un determinato mezzo, la frazione di energia persa durante un ciclo completo da un'onda monocromatica di frequenza  $\omega$ . I due fenomeni, difficilmente separabili, sono ben descritti dalla seguente funzione esponenziale

$$I(\omega, x)S(\omega, x) = e^{-\left(\frac{\omega r}{2cQ_T(\omega)}\right)} \quad (26)$$

dove  $Q_T(\omega)^{-1} = Q_i(\omega)^{-1} + Q_s(\omega)^{-1}$  è il fattore di qualità totale, per il tipo di onda considerata, che include ambedue gli effetti. Sperimentalmente si osserva in  $Q_T$  una dipendenza dalla frequenza del tipo

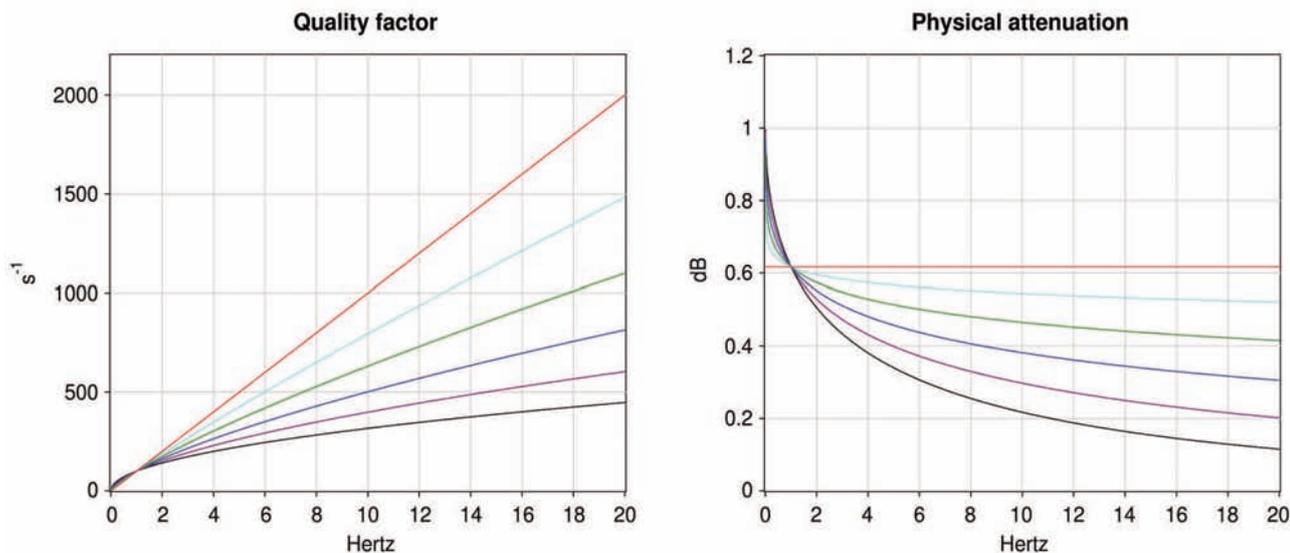
$$Q_T = Q_0 \omega^b \quad (27)$$

dove  $Q_0$  è il fattore di qualità stimato per  $\omega = 1$  Hz e  $b$  l'esponente che descrive il comportamento al variare delle frequenze. Per la litosfera, nel range di frequenze compreso tra 0.1 e 20 Hz, sono stati osservati sperimentalmente valori di  $Q_0$  dell'ordine di  $10^2$  e di  $b$  compresi tra 0.5 e 1 [Sato et al., 2002]. In generale, per uno stesso mezzo il fattore di qualità delle onde  $P$  risulta maggiore di quello delle onde  $S$  con rapporto  $Q_\alpha/Q_\beta$  compreso tra 1 e 2 [Sato et al., 2002]. In figura 11 sono riportati i valori del fattore di qualità e di attenuazione al variare di  $b$ . Per valori di  $b$  minori di 1 le alte frequenze vengono attenuate maggiormente delle basse.

Infine la funzione di trasferimento  $B(\omega)$ , dipendente dalla frequenza ed indipendente dalla distanza ipocentrale, è in generale ben descritta dall'espressione [Anderson and Hough, 1984]

$$B(\omega) = e^{-\pi\delta f} \quad (28)$$

dove  $\delta$  assume valori reali positivi dell'ordine di  $10^{-2}$ .



**Figura 11** Fattore di qualità e relativa attenuazione fisica in dB per vari valori di  $b$ :  $Q_0=100 s^{-1}$ , nero:  $b=0.5$ , viola:  $b=0.6$ , blu:  $b=0.7$ , verde:  $b=0.8$ , ciano:  $b=0.9$ , rosso:  $b=1$ ,  $\alpha=6.5 km/s$ ,  $r=10 km$ . Si noti come per bassi valori di  $b$  le alte frequenze risultino fortemente attenuate.

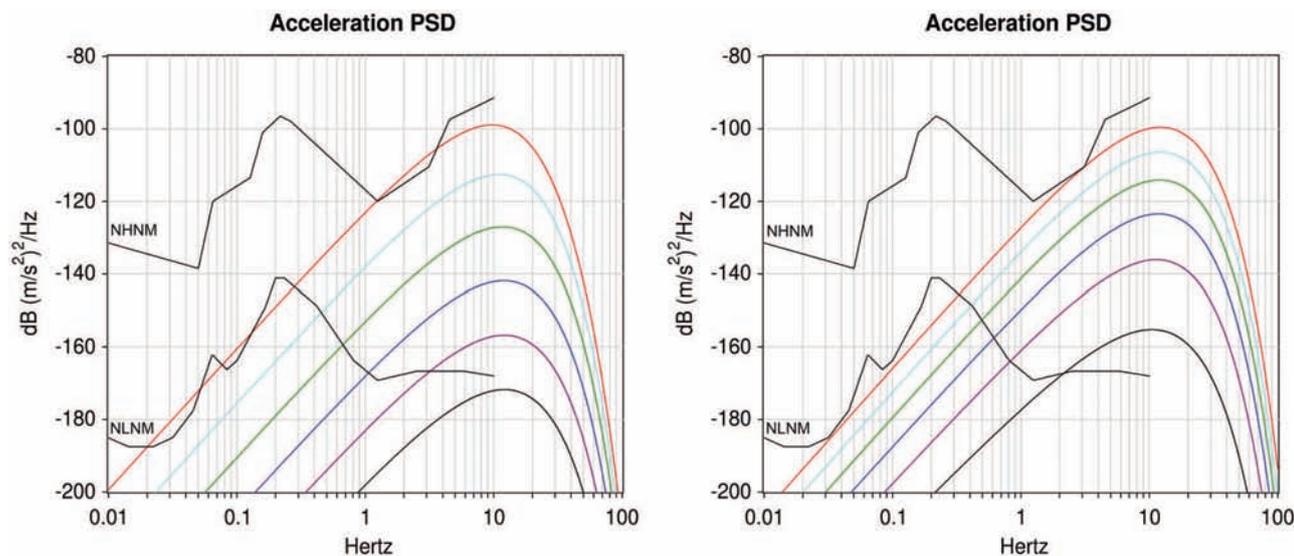
**Figure 11** Quality factor and relative physic attenuation in dB for various values of  $b$ :  $Q_0=100 s^{-1}$ , black:  $b=0.5$ , purple:  $b=0.6$ , blue:  $b=0.7$ , green:  $b=0.8$ , cyan:  $b=0.9$ , red:  $b=1$ ,  $\alpha=6.5 km/s$ ,  $r=10 km$ . Note that for low values of  $b$  the high frequencies was strongly attenuated.

### 3.4 Modello di velocità e di attenuazione utilizzati per i calcoli delle mappe SNES

Per il calcolo degli spettri sismici si è fatto uso delle equazioni descritte nei paragrafi precedenti ed è stato utilizzato il modello monodimensionale di velocità utilizzato dalla RSNC-INGV nella localizzazione di routine. Esso è costituito da due strati, omogenei ed elastici, di spessore 11 e 27 km,

con velocità delle onde P di 5 e 6.5 km/s rispettivamente, su un semispazio con velocità pari a 8.051 km/s. I valori di densità e di velocità delle onde S sono stati stimati tramite le seguenti relazioni empiriche di Brocher [2005]

$$\rho (g/cm^3) = 1.6612Vp - 0.4721Vp^2 + 0.0671Vp^3 - 0.0043Vp^4 + 0.000106Vp^5 \quad (29)$$



**Figura 12** PSD di accelerazione delle onde P in decibel calcolati a sinistra fissando la distanza epicentrale e variando la magnitudo ( $\Delta=100 km$ , nero:  $M_L=0.5$ , viola:  $M_L=1$ , blu:  $M_L=1.5$ , ciano:  $M_L=2$ , verde  $M_L=2.5$ , rosso:  $M_L=3$ ) e a destra fissando la magnitudo e variando la distanza epicentrale ( $M_L=2$ , nero:  $\Delta=320 km$ , viola:  $\Delta=160 km$ , blu:  $\Delta=80 km$ , ciano:  $\Delta=40 km$ , verde:  $\Delta=20 km$ , rosso:  $\Delta=10 km$ ); la profondità ipocentrale è stata fissata in 10 km. Per confronto sono riportati anche gli spettri di riferimento NHHM e NLNM di Peterson [1993].

**Figure 12** Acceleration PSD of P waves in decibels calculated, on the left, fixing the the epicentral distance and varying the magnitude ( $\Delta=100 km$ , black:  $M_L=0.5$ , purple:  $M_L=1$ , blue:  $M_L=1.5$ , cyan:  $M_L=2$ , green  $M_L=2.5$ , red:  $M_L=3$ ) and on the right, by fixing the magnitude and varying the epicentral distance ( $M_L=2$ , black:  $\Delta=320 km$ , purple:  $\Delta=160 km$ , blue:  $\Delta=80 km$ , cyan:  $\Delta=40 km$ , green:  $\Delta=20 km$ , red:  $\Delta=10 km$ ); hypocentral depth was fixed at 10 km. For comparison are also reported the NHHM and NLNM reference spectra of Peterson [1993].

$$V_s \text{ (km/s)} = 0.7858 - 1.2344V_p + 0.7949V_p^2 + 0.1238V_p^3 + 0.0064V_p^4 \quad (30)$$

valide nei range di velocità  $1.5 < V_p < 8.5 \text{ km/s}$  e  $1.5 < V_p < 8 \text{ km/s}$  rispettivamente. La legge di attenuazione proposta da Castro et al. [2008] per la regione del Garda (Nord Italia), è stata utilizzata per l'intera area indagata. In questa legge  $Q_p = 65f^{0.9}$  ed è valida per l'intervallo di frequenze  $2 - 25 \text{ Hz}$  e magnitudo  $0.9 - 3.8$ .

In questo studio la profondità ipocentrale stata fissata a 10 km. Inoltre per il calcolo degli spettri sismici ai parametri delle formule riportate nel secondo paragrafo sono stati assegnati i seguenti valori:  $\alpha = 5 \text{ km/s}$ ,  $\Delta\sigma = 6 \text{ MPa}$ ,  $R_p = 0.55$ ,  $V_c = 0.9\beta$ ,  $k = 3.36$  e  $\delta = 0.05 \text{ s}^{-1}$ .

In figura 12 sono riportati i PSD di accelerazione delle onde P, stimati utilizzando il modello di velocità e le leggi di attenuazione appena descritte, al variare delle magnitudo e della distanza epicentrale. Per confronto sono stati riportati anche i PSD di riferimento della componente verticale del rumore [NHNM e NLNM, Peterson, 1993]. I PSD di accelerazione sono stati calcolati dagli spettri sismici con la seguente formula

$$PSD = 10 \log_{10} (\bar{S}_R(\omega, x)^2) \quad (31)$$

Dalle figura 12 si evince che il rapporto segnale rumore è funzione sia delle caratteristiche dell'evento sismico (principalmente magnitudo e distanza epicentrale), sia del livello di rumore presente alla stazione, che dall'intervallo frequenza utilizzato per il calcolo di tale rapporto.

#### 4. Stima dell'incertezza dei parametri ipocentrali

Il tempi di viaggio sono in genere funzione non lineare delle coordinate delle stazioni, dei parametri focali e del modello di velocità di Terra utilizzato. In notazione matriciale il problema di localizzazione ipocentrale, nell'ipotesi di linearizzazione del problema tramite espansione in serie di Taylor troncata al primo termine, può essere scritto come

$$d = Gm \quad (32)$$

dove  $d$  il vettore a  $N$  dei dati,  $m$  il vettore dei parametri del modello e  $G$  la matrice  $N \cdot 4$  delle derivate spaziali dei tempi di viaggio calcolata al fuoco così

$$G = \begin{bmatrix} 1 & \frac{\partial T_1}{\partial x_0} & \frac{\partial T_1}{\partial y_0} & \frac{\partial T_1}{\partial z_0} \\ 1 & \frac{\partial T_2}{\partial x_0} & \frac{\partial T_2}{\partial y_0} & \frac{\partial T_2}{\partial z_0} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & \frac{\partial T_N}{\partial x_0} & \frac{\partial T_N}{\partial y_0} & \frac{\partial T_N}{\partial z_0} \end{bmatrix} \quad (33)$$

dove  $T_1, T_2, \dots, T_N$  sono i tempi di viaggio delle fasi sismiche utilizzate per la localizzazione. La soluzione della (32) necessita il calcolo della matrice inversa generalizzata  $G^{-9}$ . Essendo  $G$  una matrice di dimensioni  $N \cdot 4$  la sua inversa generalizzata coincide con l'inversa solo quando  $N = 4$ . In generale  $N > 4$  e il problema risulta sovradeterminato;  $G^{-9}$  può quindi essere stimata in termini di minimi quadrati tramite la sua SVD (*Singular Value Decomposition*)

$$G^{-1} = V\Lambda^{-1}U^T \quad (34)$$

dove  $\Lambda$  è una matrice diagonale formata dalle radici quadrate dei valori singolari o autovalori di  $G^T G$ ,  $V$  è la matrice formata dagli autovettori di  $G^T G$  e  $U$  è la matrice formata dagli autovettori di  $GG^T$ . Gli elementi diagonali della matrice  $R = VV^T$ , denominata matrice di risoluzione, indicano la relativa risoluzione di ognuno dei parametri, mentre gli elementi della matrice  $D = UU^T$ , denominata matrice di densità di informazione, indicano quali osservazioni hanno fornito maggiori informazioni al problema. Una conseguenza del numero finito di cifre utilizzate dai calcolatori per rappresentare i numeri è quella che valori singolari piccoli possono rendere instabile la stima della matrice inversa  $G^{-9}$ . Una misura della stabilità della soluzione è data dal *condition number*,  $CN$  definito come

$$CN = \frac{\lambda_{max}}{\lambda_{min}} \quad (35)$$

dove  $\lambda_{max}$  e  $\lambda_{min}$  sono rispettivamente il più grande e il più piccolo dei valori singolari della matrice  $G$ . La soluzione diventa instabile quando  $CN$  assume valori prossimi alla precisione con la quale vengono trattati in numeri dal calcolatore. Qualora necessario la soluzione è stata stabilizzata utilizzando un algoritmo di TSVD (*Truncated SVD*) dove i valori singolari più piccoli vengono rimossi in numero tale da rendere  $CN$  sufficientemente piccolo. Calcolata la matrice inversa  $G^{-g}$ , la matrice di covarianza della soluzione può quindi essere calcolata come

$$C_s = G^{-g} C_d [G^{-g}]^T \quad (36)$$

La matrice di covarianza  $C_s$  fornisce le varianze e le covarianze del tempo origine  $T_0$  e delle coordinate ipocentrali  $(x_0, y_0, z_0)$ . L'incertezza sulla stima dei parametri ipocentrali può quindi essere stimata come intervallo di confidenza per una distribuzione del  $\chi^2$  con quattro gradi di libertà. L'intervallo di confidenza del generico parametro focale  $r_{par}$  al livello di confidenza del 95% può essere così stimato

$$r_{par} = \sqrt{9.488 \cdot \sigma_{par}^2} \quad (37)$$

dove  $\sigma_{par}^2$  è la varianza del parametro focale considerato e 9.488 è il valore di  $\Delta\chi^2$  per il livello di confidenza pari al 95% e quattro gradi di libertà. L'ellissoide di confidenza può essere ricavato rimuovendo dalla  $C_S$  i termini legati al tempo origine e rappresentandola in forma canonica. Per stimare un errore medio di localizzazione, nel presente lavoro è stato inoltre definito il parametro *RES* (*Radius of Equivalent Sphere*)

$$RES = \sqrt[3]{r_1 \cdot r_2 \cdot r_3} \quad (38)$$

dove  $r_1, r_2$  e  $r_3$  sono i semiassi dell'ellissoide di confidenza. È importante sottolineare che gli errori così stimati non tengono conto della distorsione nella localizzazione legata ad errori sistematici nel modello di velocità, quindi l'errore reale sarà in generale maggiore di tale stima.

## 5. La performance di localizzazione della RSNC-INGV

La sismicità italiana è controllata dalla movimento relativo tra la placca Africana e quella Euroasiatica accomodate da un sistema complesso di unità tettoniche sviluppatasi durante i processi di subduzione e collisione nella cintura Alpina ed Appenninica. L'intero territorio italiano, ad eccezione della Sardegna, della Penisola Salentina e di alcuni settori dell'Arco Alpino e della Sicilia, è caratterizzato da un elevato rischio sismico [Crowley et al., 2008] con massimi di sismicità concentrati lungo l'asse delle Alpi, degli Appennini, dell'Arco Calabro e parte della Sicilia.

Nel presente lavoro è stata indagata la performance di localizzazione della RSNC-INGV per magnitudo  $M_L = 1.5, 2, 2.5$  e 3, fissando la profondità ipocentrale  $H=10$  km e il livello di confidenza delle stime dei parametri ipocentrali  $P=95\%$ . Per ogni stazione, è stata stimata la soglia superiore al 95% dello spettro di potenza della componente verticale dell'accelerazione  $PSD_S$ . Questa è stata utilizzata per il calcolo del WSR nel range di frequenze 1–12Hz, tipico delle prime fasi sismiche di eventi locali e regionali

$$WSR_{(1-12\text{ Hz})} = 10 \log_{10} \left( \frac{\int_1^{12} PSD_E df}{\int_1^{12} PSD_S df} \right) \quad (39)$$

dove  $PSD_E$  è lo spettro di potenza teorico della fase *P*. Per ogni evento sono state dichiarate attive le stazioni con  $WSR > 10$ .

Per ogni evento simulato, individuate le stazioni attive e quindi le fasi *P* coinvolte nel processo di localizzazione, le corrispondenti fasi *S* sono state aggiunte solo per le stazioni con miglior WSR in numero tale da mantenere il rapporto medio *numero fasi P/numero fasi S* uguale a quello determinato dal bollettino

sismico della RSNC-INGV (paragrafo 2).

L'area da indagare è stata discretizzata tramite una maglia quadrata di lato pari a 5 km e sono state calcolate le mappe SNES dell'ampiezza degli intervalli di confidenza al 95% delle stime dei parametri ipocentrali. Le incertezze sui parametri focali sono state rappresentate fino a 2 s 10 km, per il tempo origine e per le coordinate ipocentrali rispettivamente. Per smussare le mappe e attenuare il rumore casuale è stata applicata un media mobile 2D in finestre quadrate con lato di 5 punti; per migliorare la rappresentazione grafica è stata applicata successivamente una interpolazione con spline cubiche.

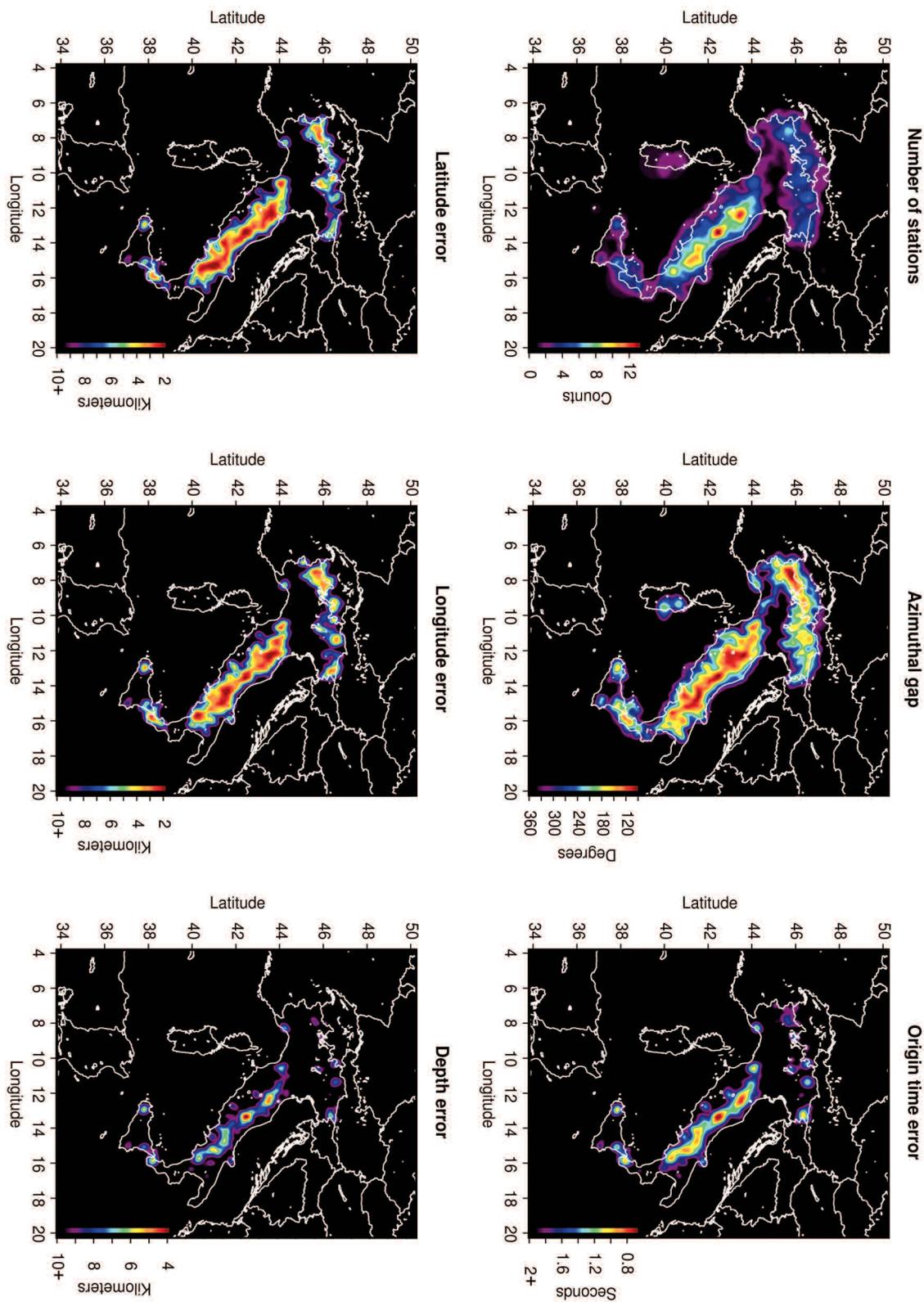
In figura 13, 14, 15, 16 sono riportate le mappe SNES stimate rispettivamente per  $M_L 1.5, 2, 2.5$  e 3. Ogni mappa SNES risulta suddivisa in 6 sottomappe che riportano rispettivamente il numero di stazioni attive, il gap azimutale e l'ampiezza dell'intervallo di confidenza al 95% della stima del tempo origine, della latitudine, della longitudine e della profondità ipocentrale. La figura 17 riporta invece le zone sismogenetiche presenti sul territorio italiano, ridisegnate dal catalogo ZS9 [Meletti e Valensise, 2004], le mappe dell'incertezza sulla posizione dell'ipocentro e la mappa della magnitudo di completezza. Le mappe dell'incertezza sulla posizione dell'ipocentro sono state calcolate come RES dell'ellissoide di confidenza al 95%. Infine la mappa della magnitudo di completezza è stata ottenuta considerando localizzati gli eventi sismici capaci di attivare 4 stazioni sismiche.

Le mappe SNES mostrano che eventi di magnitudo pari a 1.5 sono registrati al massimo da un dozzina di stazioni con un gap azimutale che non scende sotto i 100°; solo poche aree, perlopiù nell'Appennino, risultano coperte con errori attesi nella stima dell'epicentro e della profondità ipocentrale non inferiori a 2 e 4 km rispettivamente.

Per magnitudo 2, il numero massimo di stazioni sale a poco più di 40 mentre il gap azimutale minimo si dimezza, raggiungendo circa 50°; ad esclusione di poche aree, l'intera penisola risulta coperta ma la qualità della stima dell'epicentro e in particolare della profondità ipocentrale varia fortemente da zona a zona. Per magnitudo pari a 2.5 il numero massimo di stazioni sale oltre 80, mentre il gap azimutale scende a circa 40°; per tale magnitudo l'intero territorio italiano, ad esclusione della Sardegna, risulta ben coperto sia in termini di qualità delle stime dell'epicentro che dell'ipocentro.

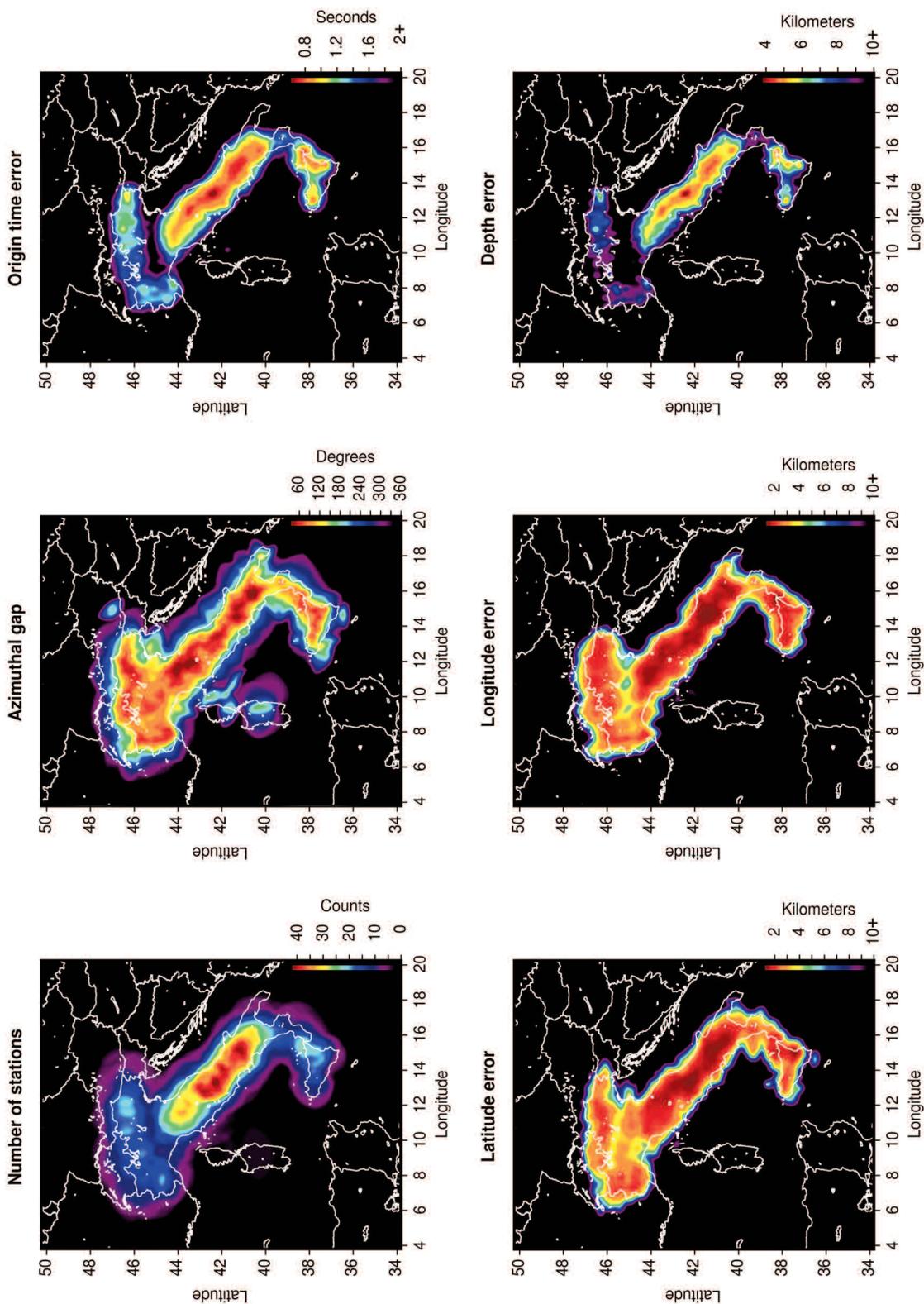
Per magnitudo pari a 3, il numero massimo di stazioni sale a circa 120, mentre rimane pressoché invariato il gap azimutale minimo. Per tale magnitudo anche parte delle aree offshore della penisola italiana, come il Tirreno meridionale risultano ben coperte.

Dallo studio delle mappe SNES si può evincere come all'aumentare della magnitudo aumenti l'area coperta e la qualità della localizzazione. Tuttavia oltre  $M_L=2$  l'errore di localizzazione tende a stabilizzarsi. Nelle zone meglio coperte tale errore non scende sotto 1 km per l'epicentro e sotto 3.5 km per la profondità ipocentrale.



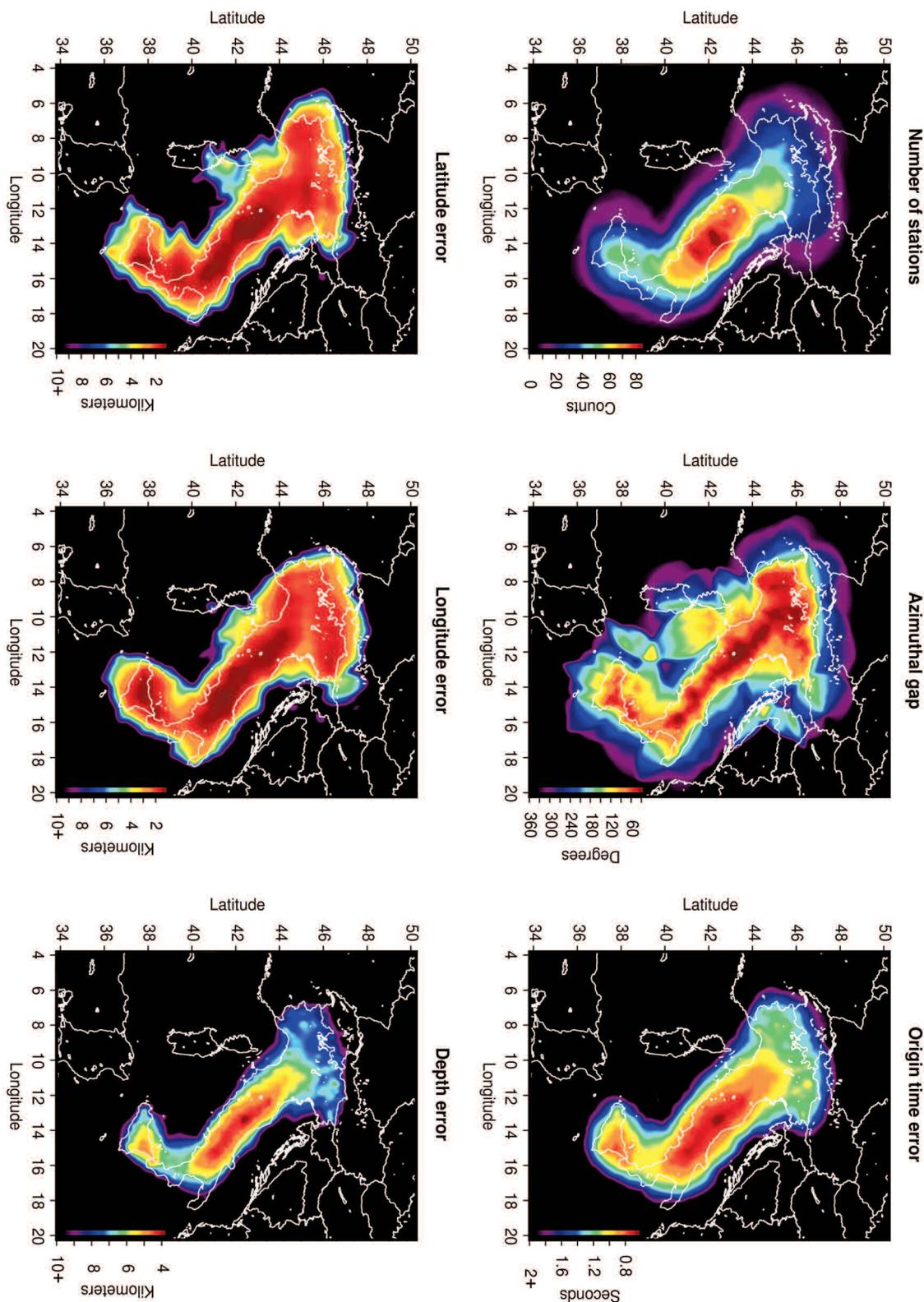
**Figura 13** Mappe SNES per  $M_L = 1.5$ ,  $H = 10$  km e livello di confidenza del 95%. Le mappe SNES mostrano che eventi di magnitudo pari a 1.5 sono registrati al massimo da un dozzina di stazioni con un gap azimutale che non scende sotto i  $100^\circ$ ; solo poche aree, perlopiù nell'Appennino, risultano coperte con errori attesi nella stima dell'epicentro e della profondità ipocentrale non inferiori a 2 e 4 km rispettivamente.

**Figure 13** SNES Maps for  $M_L = 1.5$ ,  $H = 10$  km and confidence level of 95%. The SNES maps show that events with a magnitude of 1.5 are recorded by no more than a dozen of stations with an azimuthal gap not below  $100^\circ$ , only few areas, mostly in the Appenines, are covered with expected errors not below 2 and 4 km in epicenter and hypocentral depth estimation, respectively.



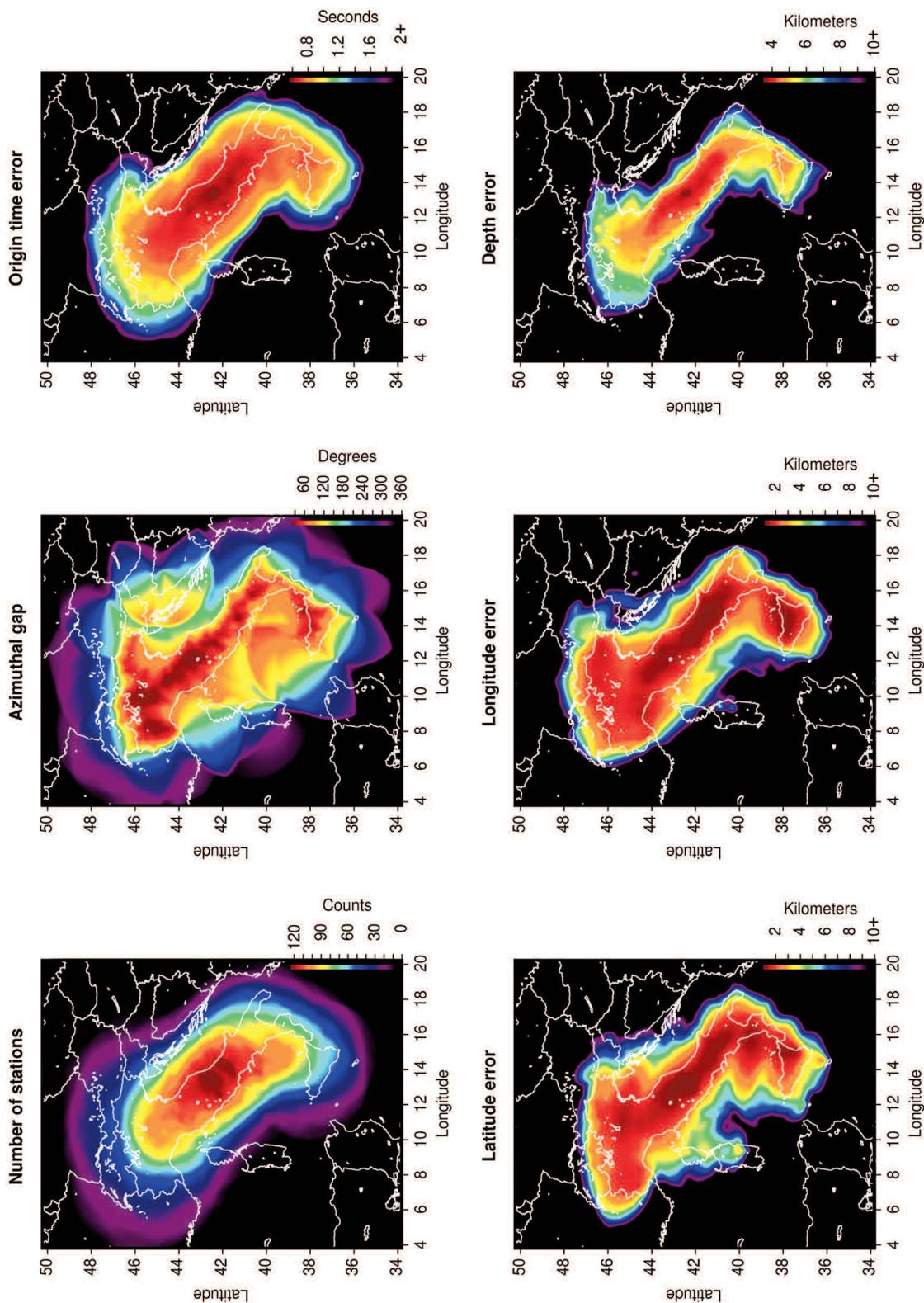
**Figura 14** Mappe SNES per  $M_L=2$ ,  $H=10$  km e livello di confidenza del 95%. Per  $M_L=2$ , il numero massimo di stazioni sale a poco più di 40 mentre il gap azimutale raggiunge circa  $50^\circ$ ; ad esclusione di poche aree, l'intera penisola risulta coperta ma la qualità della stima dell'epicentro e in particolare della profondità ipocentrale varia fortemente da zona a zona.

**Figure 14** SNES maps for  $M_L=2$ ,  $H=10$  km and confidence level of 95%. For  $M_L=2$ , the maximum number of stations increases to just over 40 while the minimum azimuthal gap reaches about  $50^\circ$ , with the exception of a few areas, the entire peninsula is covered, but the quality of the epicentre estimate and, in particular, the quality of the hypocentral depth changes greatly from area to area.



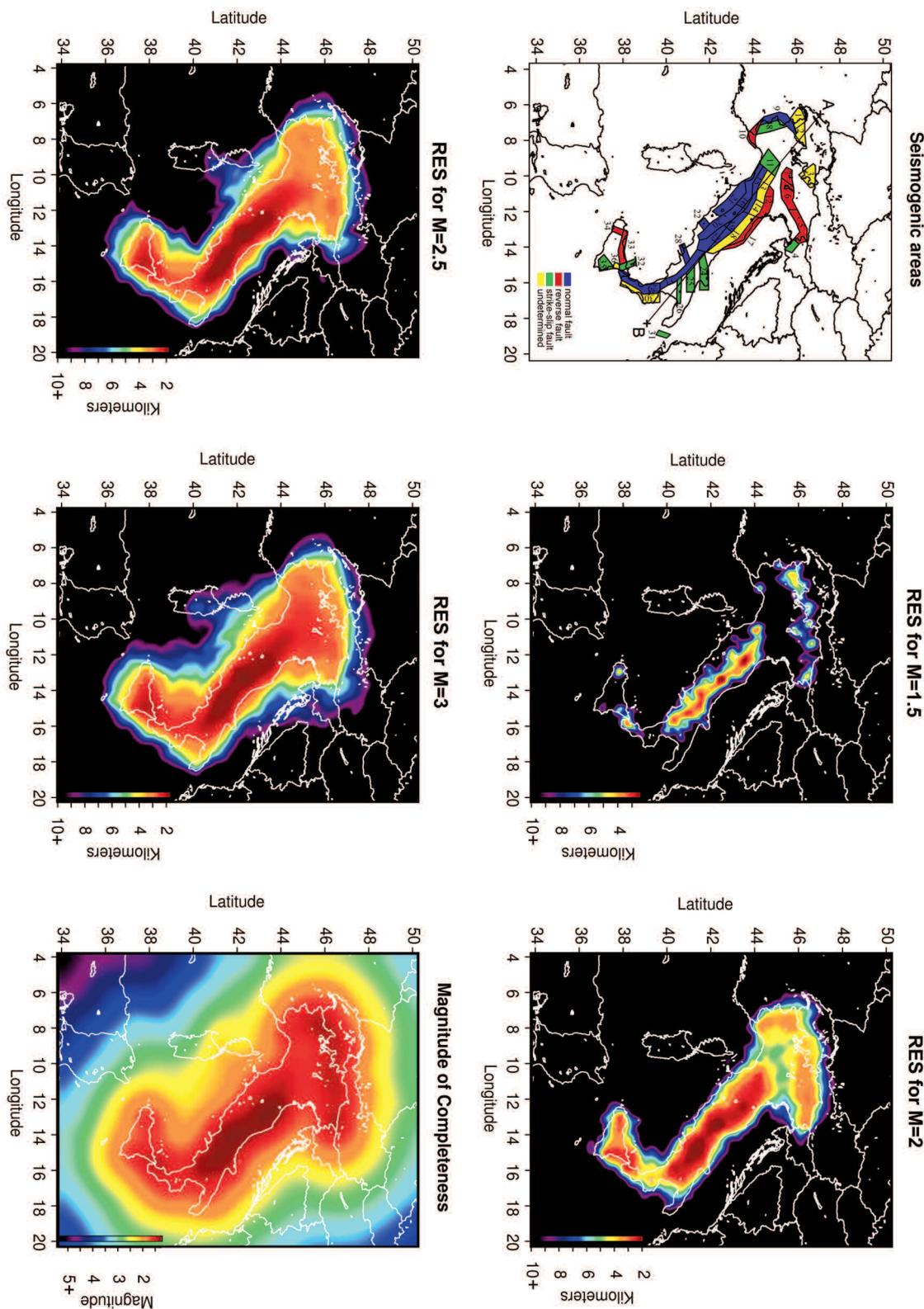
**Figura 15** Mappe SNES per  $M_L=2.5$ ,  $H=10$  km e livello di confidenza del 95%. Per magnitudo pari a 2.5 il numero massimo di stazioni sale oltre 80, mentre il gap azimutale scende a circa  $40^\circ$ ; per tale magnitudo l'intero territorio italiano, ad esclusione della Sardegna, risulta ben coperto sia per l'epicentro che per la profondità ipocentrale.

**Figure 15** SNES Maps for  $M_L=2.5$ ,  $H=10$  km and confidence level of 95%. For magnitude equal to 2.5 the maximum number of stations goes above 80, while the azimuthal gap drops to about  $40^\circ$ , for this magnitude the whole Italian territory, with the exception of Sardinia, is well covered both for epicentre and hypocentral depth.



**Figura 16** Mappe SNES per  $M_L=3$ ,  $H=10$  km e livello di confidenza del 95%. Per magnitudo pari a 3, il numero massimo di stazioni sale a circa 120, mentre rimane pressoché invariato il gap azimutale minimo. Per tale magnitudo anche parte delle aree offshore della penisola italiana, come il Tirreno meridionale risultano ben coperte.

**Figure 16** SNES maps for  $M_L=3$ ,  $H=10$  km and confidence level of 95%. For magnitude 3, the maximum number of stations is about 120, while the minimum azimuthal gap remains almost unchanged. For this magnitude also part of the offshore areas of the Italian peninsula, as the southern Tyrrhenian Sea, are well covered.



**Figura 17** La figura riporta le zone sismogenetiche presenti sul territorio italiano, ridisegnate dal catalogo ZS9 [Meletti e Valensise, 2004], le mappe RES al livello di confidenza del 95%, per differenti magnitudo fissando la profondità ipocentrale a 10 km e la mappa della magnitudo di completezza.

**Figure 17** The figure shows the seismogenic zones of the Italian territory, redrawn from the ZS9 catalogue [Meletti and Valensise, 2004], the RES maps at 95% confidence level, for different magnitude, setting the hypocentral depth at 10 km and the magnitude of completeness map.

È possibile notare come per buona parte del territorio italiano l'errore nella stima della latitudine sia inferiore rispetto a quello della longitudine; tale fenomeno è sicuramente legato ad una distribuzione sbilanciata delle stazioni sismiche a causa della forma allungata della Penisola.

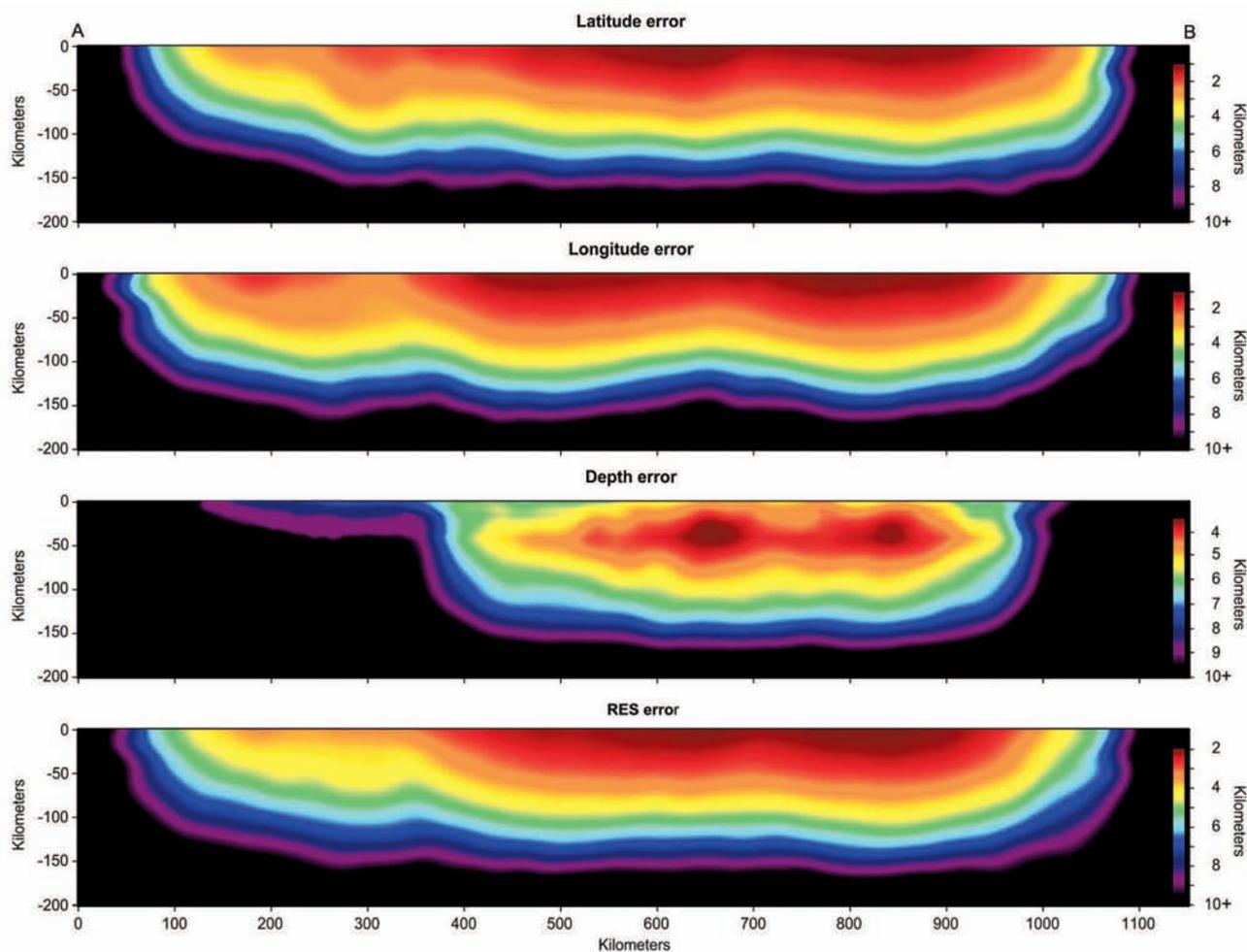
La mappa delle zone sismogenetiche di figura 17 [Meletti and Valensise, 2004] divide il territorio italiano in 36 zone in funzione del meccanismo di fagliazione prevalente. Zone sismogenetiche di particolare rilevanza sono state individuate in base alla presenza al loro interno di sorgenti di sismogenetiche con magnitudo  $M_W > 6$  [database DISS 2.0, Valensise e Pantosti, 2001] e in base all'accelerazione massima del suolo (PGA, *Peak Ground Acceleration*), con probabilità di eccedenza del 10% in 50 anni, riportate nella mappa di pericolosità sismica del territorio nazionale [INGV, 2004].

Le zone sismogenetiche dell'Arco Alpino (dalla 1 alla 10), ad eccezione della 1 e della 4, risultano ben coperte già per magnitudo maggiori uguali a 2; tuttavia l'arco Alpino

Orientale risulta meglio coperto rispetto alla zona occidentale mostrando un RES, che per  $M_L = 2$ , è mediamente inferiore a 3 km. Di particolare interesse la zona sismogenetica 5 che presenta un meccanismo di fagliazione prevalente di tipo inverso e contiene sorgenti sismogenetiche di potenziali terremoti con  $M_W > 6$ ; tale area è caratterizzata da un elevato rischio sismico ( $PGA = 0.250-0.275g$ ). Tale zona, risulta coperta solo per  $M_L > 2$ .

Buona parte della zona padana risulta invece scoperta per eventi di piccola magnitudo, probabilmente a seguito della bassa densità di stazioni e dell'elevata rumorosità dell'area.

Le zone sismogenetiche dell'Appennino (dalla 11 alla 28) risultano interamente coperte per magnitudo pari a 2 (1.5 per le zone 14, 18, 19 e 23) mostrando tuttavia un RES molto variabile compreso tra 2.5 e 9 km, con i valori più alti in prossimità delle zone più rumorose. La zona sismogenetica 16 è caratterizzata da un meccanismo di fagliazione prevalente di tipo distensivo e contiene sorgenti sismogenetiche di potenziali



**Figura 18** Sezione verticale tra i punti A (47.121N, 6.587E) e B (39.099N, 18.378E) delle incertezze dei parametri ipocentrali, per  $M_L = 2.5$  e livello di confidenza del 95%. Gli errori nella latitudine e longitudine aumentano con la profondità mostrando valori minimi ad altitudine zero, mentre l'errore nella profondità ipocentrale mostra un minimo a circa 40 km di profondità.

**Figure 18** Vertical section uncertainty between the points A (47.121N, 6.587E) and B (39.099N, 18.378E) for  $M_L = 2.5$  and confidence level of 95%. Latitude and longitude errors increase as function of depth showing minimum value at altitude zero, while error in hypocentral depth show a minimum value at about 40 km of depth.

terremoti con  $M_W > 6$ ; anche quest'area è caratterizzata da un elevato rischio sismico ( $PGA = 0.200-0.225g$ ). Nella sua parte più settentrionale presenta un RES che per  $M_L = 2$  assume valori piuttosto alti di 5 km. La zona sismogenetica 23 è caratterizzata da un meccanismo di fagliazione prevalente di tipo distensivo e contiene sorgenti sismogenetiche di potenziali terremoti con  $M_W > 6.5$ ; tale area è caratterizzata da un elevatissimo rischio sismico ( $PGA = 0.250-0.275g$ ). Tale zona sismogenetica risulta ben coperta già per  $M_L = 1.5$  con RES che per  $M_L > 2$  scendono sotto i 2 km. La zona sismogenetica 27 è caratterizzata da un meccanismo di fagliazione prevalente di tipo distensivo contiene sorgenti sismogenetiche di potenziali terremoti con  $M_W > 7$ . Tale area è caratterizzata anch'essa da un elevatissimo rischio sismico ( $PGA = 0.250-0.275g$ ). Tale zona risulta, nella sua parte superiore, ben coperta già per  $M_L = 1.5$ .

Le zone sismogenetiche dell'Arco Calabro e della Sicilia (dalla 29 alla 36, esclusa la 31) risultano coperte per magnitudo pari a 2. Le due zone sismogenetiche 29 e 30 sono caratterizzate da un meccanismo di fagliazione prevalente di tipo distensivo e contengono sorgenti sismogenetiche di potenziali terremoti con  $M_W > 7$ ; Tali aree sono caratterizzate da un elevatissimo rischio sismico ( $PGA = 0.275-0.300g$ ). Tuttavia esse risultano scoperte per  $M_L = 1.5$  e anche se coperte presentano per  $M_L = 2$  un RES che supera i 4 km.

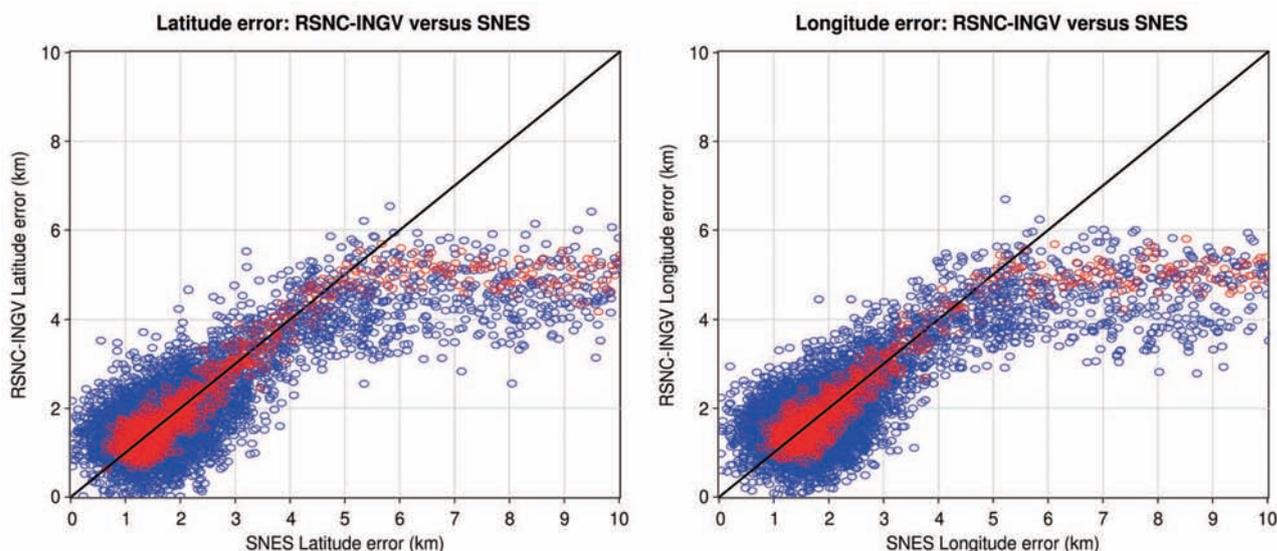
Per la Sicilia solamente lo Stretto di Messina e l'area del Belice risultano coperte per  $M_L = 1.5$ ; rimane invece scoperta la zona sismogenetica 35 caratterizzata da un meccanismo di fagliazione prevalente di tipo trascorrente e contenente sorgenti sismogenetiche di potenziali terremoti con  $M_W > 7$ ; tale area è caratterizzata da un elevatissimo rischio sismico

( $PGA = 0.275-0.300g$ ).

La zona sismogenetica 31 non risulta coperta nemmeno per magnitudo pari a 3.

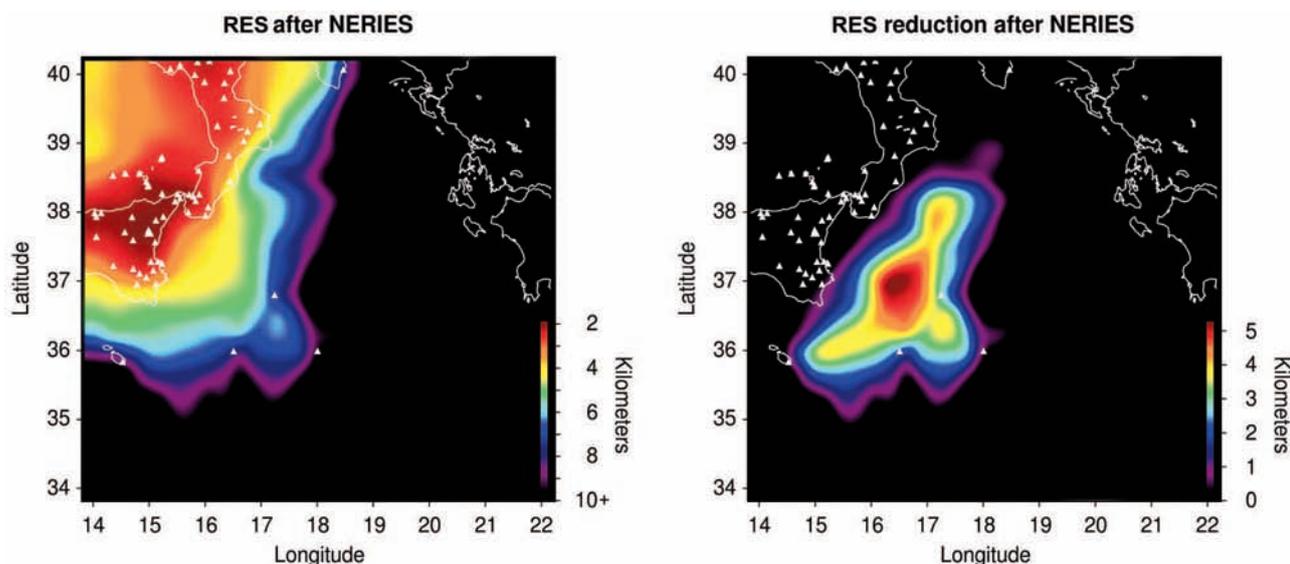
La mappa di completezza di magnitudo riportata in figura 17 risulta in accordo con quella riportata in Schorlemmer et al. [2009], tuttavia dal un confronto con le mappe SNES si evince che il parametro completezza di magnitudo sovrastima notevolmente il livello di copertura della RSNC-INGV. Tale parametro di fatto definisce semplicemente la magnitudo del più piccolo evento che con una certa probabilità può essere rilevato da almeno quattro stazioni di una rete sismica. La completezza di magnitudo non tiene conto dell'incertezza nella stima dei parametri ipocentri, funzione questi dell'accuratezza del modello di velocità e della geometria, densità e rumorosità delle stazioni che compongono la rete sismica.

Infine in figura 18 e riportata per  $M_L = 2.5$  e livello di confidenza al 95%, una sezione degli errori attraverso i punti A (47.121N, 6.587E) e B (39.099N, 18.378E). Gli errori nella latitudine e nella longitudine aumentano con la profondità mostrando un minimo ad altitudine zero. Per queste magnitudo l'ipocentro appare ben vincolato, fino ad una profondità ipocentrale di circa 150 km, per quasi tutta la penisola italiana. L'errore nella profondità ipocentrale mostra valori variabili lungo la penisola italiana. Nell'area settentrionale la profondità ipocentrale non appare ben vincolata, mostrando elevate incertezze già dopo 50 km di profondità, mentre la parte centro-meridionale della penisola, così come per l'ipocentro, la profondità del fuoco è ben vincolata fino ad una profondità di circa 150 km. l'errore nella stima dell'ipocentro mostra un minimo a circa 40 km di profondità. Una elevata profondità ipocentrale implica raggi sismici quasi verticali capaci di vincolare meglio la profondità



**Figura 19** Intervalli di confidenza al 95% per la latitudine e la longitudine delle coordinate ipocentrali, stimate dal bollettino della RSNC-INGV e tramite il metodo SNES; in blu per la classe di magnitudo  $2 < M_L < 2.5$ , in rosso per la classe di magnitudo  $2.6 < M_L < 3$ , in nero la retta di pendenza  $45^\circ$ .

**Figure 19** 95% confidence intervals for the latitude and longitude of the hypocentral coordinates, estimated from the bulletin of RSNC-INGV and through the method SNES; in blue for the class of magnitude  $2 < M_L < 2.5$ , in red for the class of magnitude  $2.6 < M_L < 3$ , in black the line of  $45^\circ$  slope.



**Figura 20** Mappa RES calcolata per  $M_L=3$ ,  $H=10$  km e livello di confidenza al 95% aggiungendo alle stazioni della RSNC-INGV le tre stazioni OBS/H deposte nello Ionio Meridionale durante al campagna NERIES iniziata nel 2007 [D'Anna et al., 2008]. La mappa a destra mostra la riduzione del RES dopo l'installazione dei 3 OBS/H.

**Figure 20** RES Map calculated for  $M_L=3$ ,  $H=10$  km and confidence level of 95% adding to the stations of the RSNC-INGV three OBS/H stations placed in the Southern Ionian Sea during the NERIES campaign began in 2007 [D'Anna et al., 2008]. The map on the right shows the reduction of the RES after the installation of the three OBS/H.

dell'ipocentro, ma allo stesso tempo, implica anche elevati tempi residui. Questo minimo nell'errore della profondità ipocentrale è un compromesso tra questi due effetti.

Per verificare la compatibilità tra le incertezze dei parametri epicentrali stimati con il metodo SNES e quelle riportate sul bollettino sismico, sono stati analizzati gli eventi sismici con  $M_L$  compresa tra 2 e 3, localizzati tra il 2005 e il 2009 dalla RSNC-INGV. Le incertezze riportate sul bollettino sismico della RSNC-INGV sono state convertite in intervalli di confidenza al 95%. Gli eventi sono stati divisi in due classi di magnitudo:  $2 < M_L < 2.5$  e  $2.6 < M_L < 3$ .

In figura 19 sono riportati gli intervalli di confidenza al 95% per la latitudine e la longitudine ipocentrali, stimate dal bollettino e tramite il metodo SNES; in blu per la classe di magnitudo  $2 < M_L < 2.5$ , in rosso per la classe di magnitudo  $2.6 < M_L < 3$ . Dalla figura 19 si può osservare la buona correlazione tra le incertezze di localizzazione stimate con il metodo SNES e quelle stimate dalla RSNC-INGV fino ad errori di circa 5 km. Tuttavia, i dati riportati in figura 18 risultano piuttosto dispersi; tale dispersione, minore per gli eventi di più grande magnitudo, è diretta conseguenza dell'instabilità dei parametri indagati, funzione sia delle reali stazioni coinvolte nel processo di localizzazione, sia del livello di aderenza del modello di velocità utilizzato nel processo di localizzazione con la realtà geologica in prossimità dell'ipocentro e delle stazioni che hanno registrato l'evento sismico.

Le reali stazioni coinvolte nel processo di localizzazione dipendono sia dalla rumorosità caratteristica dei siti, funzione questa delle condizioni meteorologiche locali e della presenza

di attività antropica ciclica, sia dal pattern di irraggiamento dipendente dal meccanismo focale.

Per eventi sismici con epicentri in aree offshore, gli errori di localizzazione stimati dalla RSNC-INGV non sono in accordo con quelli calcolati con il metodo SNES. Per tali eventi l'ampiezza degli intervalli di confidenza, riportati sul bollettino della RSNC-INGV, raggiungono valori massimi di circa 5 km, minori di quelli stimati con il metodo SNES. Tale limite superiore, probabilmente legato agli algoritmi utilizzati nel processo di localizzazione, porta probabilmente ad una sottostima delle reali incertezze sulla localizzazione.

Gli algoritmi di localizzazione infatti, tengono conto solo dell'incertezza introdotta dalla geometria della rete e dal processo picking ma non di quella introdotta dall'utilizzo di un modello di velocità troppo schematico rispetto alla complessità geologica dell'area. Essi assegnano un valore di varianza dei tempi residui uguale per tutte le stazioni o funzione di un peso attribuito alla fase sismica in base alla sola qualità del picking. In figura 20 è riportata la mappa RES calcolata per  $M_L=3$ ,  $H=10$  e livello di confidenza al 95% a seguito dell'aggiunta alle stazioni della RSNC-INGV delle stazioni OBS/H deposte nello Ionio Meridionale durante al campagna NERIES-NA6 iniziata nel 2007 [D'Anna et al., 2008]. La mappa mostra come la sola aggiunta delle tre stazioni sottomarine porta ad una notevole estensione a mare dell'area coperta dalla rete. La mappa mostra inoltre la riduzione del RES a seguito dell'aggiunta dei tre OBS/H. L'area maggiormente influenzata dall'installazione degli OBS è quella compresa tra questi e le stazioni a terra della RSNC-INGV; per tale area la riduzione del RES raggiunge valori superiori a 5 km.

## Conclusioni

Nel presente lavoro il metodo SNES è stato applicato alla RSNC-INGV per valutarne la performance di localizzazione con l'attuale configurazione di stazioni. Il vantaggio di tale metodo è quello di poter prevedere gli errori di localizzazione, legati alla componente casuale, anche in aree di bassa sismicità o di recente estensione della rete.

È stata costruita la mappa della potenza media del rumore nel range di frequenze 1-12 Hz. Questa ha permesso di individuare le aree più rumorose (la Pianura Padana, la regione Laziale, le coste Marchigiane-Abruzzesi, le isole Eolie e la Sicilia Orientale) e meno rumorose (l'Arco Alpino e la Sardegna) della RSNC-INGV.

È stata stimata una legge empirica che lega la varianza dei tempi residui delle fasi P ed S alla distanza ipocentrale. Lo studio statistico dei tempi residui delle fasi P ed S ha permesso di valutare la bontà del modello di velocità utilizzato dall'INGV nel processo di localizzazione.

Le mappe SNES sono state costruite in funzione della magnitudo ( $M_L = 1.5, 2, 2.5, 3$ ) fissando la profondità ipocentrale a 10 km e il livello di confidenza al 95%. Sono state così ricavate le mappe che mostrano la distribuzione spaziale, del numero di stazioni attive nel processo di localizzazione ipocentrale, del gap azimutale e dell'ampiezza dell'intervallo di confidenza delle coordinate ipocentrali.

Le mappe SNES in accordo, per intervalli di confidenza minori di 5 km, con il bollettino sismico della RSNC-INGV e con la magnitudo di completezza riportata in Schorlemmer et al. [2009] hanno permesso di individuare alcune zone sismogenetiche ad elevato rischio sismico (zone sismo genetiche 5, 16, 29, 30, 35 e 31) per le quali è di fondamentale importanza monitorare con elevata precisione la sismicità. Per tali zone sismogenetiche, in particolare per la 29 e la 30 site nell'Arco Calabro, potrebbe essere opportuno un infittimento della rete.

Una diminuzione degli errori di localizzazione potrebbe essere ottenuta utilizzando modelli di velocità ottimizzati differenti per differenti regioni del territorio italiano. L'applicazione del metodo SNES ha permesso inoltre di valutare il miglioramento della performance di localizzazione della RSNC-INGV a seguito dell'istallazione di 3 OBS/H nello Ionio meridionale.

Dal presente lavoro si evince che la magnitudo di completezza non è un buon stimatore della performance di una rete sismica. Tale parametro tenendo conto solo del numero di stazioni capaci di "vedere" un evento sismico e non della loro posizione rispetto all'ipocentro, e non tenendo conto neanche degli errori introdotti dal modello di velocità utilizzato nella routine di localizzazione, sovrastima abbondantemente la performance di una rete sismica.

Il metodo SNES risulta così un strumento importante per una stima realistica della performance di localizzazione di

una rete sismica e la pianificazione dell'installazione di nuove stazioni sismiche.

## Bibliografia

- Anderson J. G. and Hough, S. E., (1984). *A model for the shape of the Fourier amplitude spectrum of acceleration at high frequencies*, Bull. Seism. Soc. Am. 74, 5, 1969–1993.
- Brocher T. M. (2005). *Empirical relations between elastic wave speeds and density in the Earth's crust*, Bull. Seism. Soc. Am., 95, n 6, 2081-2092.
- Brune J.N., (1970). *Tectonic stress and the spectra of seismic shear waves from earthquakes*, J. Geophys. Res., 75, 4997-5009.
- Castro R.R., Massa M., Augliera, P. and Pacor F. (2008). *Body-wave Attenuation in the Region of Garda, Italy*, Pure and Applied Geophysics, 165, 7, 1351-1366.
- Crowley H., Colombi M., Borzi B., Faravelli M., Onida M., Lopez M., Polli D., Meroni F. and Pinho R., (2008). *A comparison of seismic risk maps for Italy*, Bull. Earthquake Eng., DOI 10.1007/s10518-008-9100-7.
- D'Anna G., Mangano G., D'Alessandro A., D'Anna R., Passafiume G. and Speciale S., (2008). *First long time OBS campaign in the Ionian Sea*. Rapporti Tecnici INGV, 72, 1-15.
- D'Anna G., Mangano G., D'Alessandro A., D'Anna R., Passafiume G., Speciale S. and Amato A., (2009). *Il nuovo OBS/H dell'INGV*. Quaderni di Geofisica, 65, ISSN 1590-2595.
- Haskell N.A., (1964). *Total energy and energy spectral density of elastic wave radiation from propagating faults*. Bull. Seism. Soc. Am., 54, 1811-1841.
- Haskell N.A., (1966). *Total energy and energy spectral density of elastic wave radiation from propagating faults - Part II*, Bull. Seism. Soc. Am., 56, 125-140.
- Hanks T.C. and Kanamori H., (1979). *A moment magnitude scale*, J. Geophys. Res., 84, 2348-2350.
- Istituto Nazionale di Geofisica e Vulcanologia (I.N.G.V.), (2004). *"Redazione della Mappa di Pericolosità Sismica prevista dall'Ordinanza P.C.M. 3274 del 20 marzo 2003 – Rapporto conclusivo per il Dipartimento della Protezione Civile" – Gruppo di lavoro 2004, I.N.G.V., Milano – Roma, aprile 2004, 65 pp. + 5 appendici.*
- Kanamori H. and Anderson D.L., 1975. *Theoretical basis of some empirical relations in seismology*, Bull. Seis. Soc. Am, 65, 1073-1095.
- Marsan, D. (2003). *Triggering of seismicity at short timescales following California earthquakes*, J. Geophys. Res., 108, B5, 2266.
- McCreery C.S., Duennebieer F.K., Sutton G.H., (1993). *Correlation of deep ocean noise (0.4–20 Hz) with wind, and the Holu spectrum a worldwide constant*, J. Acoust. Soc. Am. 93, 2639–2648.

- Meletti C. and Valensise G. (2004). *Zonazione sismogenetica ZS9 – App.2 al Rapporto Conclusivo*. In: Gruppo di Lavoro MPS (2004). Redazione della mappa di pericolosità sismica prevista dall'Ordinanza PCM 3274 del 20 marzo 2003. Rapporto Conclusivo per il Dipartimento della Protezione Civile, INGV, Milano-Roma, aprile 2004, 65 pp. + 5 allegati.
- Peterson J., (1993). *Observation and Modeling of Background Seismic Noise*, U.S. Geol. Surv. Open-File Rept., Albuquerque, pp. 93–322.
- Rydelek P.A. and Sacks I.S., (1989). *Testing the completeness of earthquake catalogues and the hypothesis of self-similarity*, Nature, 337, 251-253.
- Sato H., Fehler M., and Wu R., (2002). *Scattering and attenuation in of seismic wave in the lithosphere*, in International Handbook of Earthquake & Sismology part A, Lee, Kanamori, Jennings adn Kisslinger editors, ISBN: 0124406521.
- Schorlemmer D. and Woessner J., (2008). *Probability of Detecting an Earthquake*, Bull. Seism. Soc. Am., 98, n 5, 2103-2117.
- Schorlemmer D., Mele F. and Marzocchi W., (2009). *A completeness analysis of the national seismic network of Italy*, submit to: Journal of Geophysical Research.
- Tusa G. and Gresta S., (2008). *Frequency-Dependent Attenuation of P Waves and Estimation of Earthquake Source Parameters in Southeastern Sicily, Italy*, Bull. Seism. Soc. Am, 98; n 6; 2772-2794.
- Valensise G. and Pantosti D., (2001). *Database of potential sources of earthquakes larger than M 5.5 in Italy*, Ann. Geofis., suppl. vol. 44 (4), 797-964, con CD-ROM.
- Wiemer S., and Wyss M., (2000). *Minimum magnitude of complete reporting in earthquake catalogs: examples from Alaska, the Western United States, and Japan*, Bull. Seismol. Soc. Am., 90, 859-869.
- Woessner J. and Wiemer S., (2005). *Assessing the quality of earthquake catalogs: Estimating the magnitude of completeness and its uncertainties*, Bull. Seism. Soc. Am., 95, 4, 684-698.
- Welch P.D., (1967). *The use of the fast Fourier transform fot the estimation of power spectra: a method based on time averaging over short modified periodograms*. IEEE Trans. Audio Elettroacoust, 15, 70-73.
- Zeiler C. and Velasco A.A., (2009). *Seismogram Picking Error from Analyst Review (SPEAR): Single-Analyst and Institution Analysis*, Bull. Seism. Soc. Am, 99, 5, 2759-2770.
- Zoeppritz K., (1919). *Erdbebenwellen VIII B, On the reflection and penetration of seismic waves through unstable layers*: Goettinger Nachr., pages 66-84.



# Indice

<b>Introduzione</b>	5
<b>1. Caratterizzazione del rumore nelle stazioni della RSNC-INGV</b>	5
<b>2. Stima della varianza dei residui temporali delle fasi sismiche della RSNC-INGV</b>	6
<b>3. Simulazione di eventi sismici: calcolo dello spettro sismico</b>	10
3.1 Lo spettro sismico nel campo lontano: modello di faglia circolare	10
3.2 Attenuazione geometrica e partizionamento dell'energia alle interfacce	13
3.3 Attenuazione intrinseca e scattering	16
3.4 Modello di velocità e di attenuazione utilizzati per i calcoli delle mappe SNES	17
<b>4. Stima dell'incertezza dei parametri ipocentrali</b>	18
<b>5. La performance di localizzazione della RSNC-INGV</b>	19
<b>Conclusioni</b>	28
<b>Bibliografia</b>	28

**Coordinamento editoriale e impaginazione**

Centro Editoriale Nazionale | INGV

**Progetto grafico e redazionale**

Laboratorio Grafica e Immagini | INGV Roma

© 2010 INGV Istituto Nazionale di Geofisica e Vulcanologia

Via di Vigna Murata, 605

00143 Roma

Tel. +39 06518601 Fax +39 065041181

**<http://www.ingv.it>**



**Istituto Nazionale di Geofisica e Vulcanologia**